



Instituto Tecnológico
GeoMinero de España

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MACIZOS ROCOSOS
RELACIONADO CON EXPLOTACIONES SUBTERRANEAS
POR CAMARAS Y PILARES**

CONVENIO ESPECIFICO

ITGE - UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID

1995



SECRETARIA GENERAL DE LA ENERGIA Y RECURSOS MINERALES
MINISTERIO DE INDUSTRIA Y ENERGIA

R
1297

INDICE

1. INTRODUCCION	1
2. DETERMINACION DE LA RESISTENCIA DE LOS PILARES	4
2.1. Influencia del tamaño en la resistencia	5
2.2. Influencia de la forma en la resistencia	7
2.3. Influencia del tamaño y forma sobre la resistencia	9
3. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS ELASTICOS. PROGRAMA BESOL	12
3.1. Descripción del programa	12
3.2. Parámetros del modelo	14
3.3. Limitaciones del modelo	17
3.4. Datos de entrada	19
3.5. Descripción de la forma de salida de los resultados	20
3.6. Procedimiento operativo	21
3.6.1. Terminología, notaciones y convenios de signo	21
3.6.2. Organización de los programas y operación	24
3.6.3. Instrucciones de entrada para los módulos MS221, A, B y C ..	31
3.6.4. Ejemplo de fichero. IMA de datos de entrada	39
3.7. Análisis de resultados	40
4. COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS ROCOSOS VISCOPLASTICOS. PROGRAMA FLAC	58

4.1. Modelos reológicos de las sales	58
4.2. Modelo de "creep" para las sales	62
4.3. El código explícito de FLAC	65
4.3.1. Generalidades	65
4.3.2. Aplicación a los problemas de "creep"	69
4.3.3. Sentencias de FLAC de uso corriente	71
4.4. Procedimiento operativo	74
4.4.1. Discretización de la zona en estudio	74
4.4.2. Propiedades de los materiales sistemas de unidades	76
4.4.3. Vaciado de cámaras	78
4.4.4. Método de cálculo basado en la estimación de la rigidez del recubrimiento	80
4.5. Instrucciones del manejo del programa FLAC y presentación de los resultados. Ejemplos prácticos	83
4.5.1. Primer caso práctico, resuelto con el programa FLAC	87
4.5.2. Segundo caso práctico, resuelto con el programa FLAC	101
5. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS ELASTICOS, ELASTO- PLASTICOS Y VISCO-PLASTICOS. PROGRAMA ABAQUS	108
5.1. Estudio en tres dimensiones para un pilar aislado, de la influencia de la esbeltez sobre la distribución de tensiones. Análisis elástico . . .	108
5.2. Influencia de la rigidez relativa techo-pilares sobre la carga soportada	

por éstos. Análisis elastoplástico	115
5.3. Análisis del comportamiento viscoplástico de una explotación por cámaras y pilares	126
6. CONCLUSIONES	134
7. BIBLIOGRAFIA	141



Ríos Rosas, 21
28003 MADRID

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID

ESCUELA TECNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS DE MINAS

DEPARTAMENTO DE
EXPLOTACION DE MINAS

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MACIZOS ROCOSOS
RELACIONADO CON EXPLOTACIONES SUBTERRANEAS POR CAMARAS
Y PILARES.**

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MACIZOS ROCOSOS RELACIONADO CON EXPLOTACIONES SUBTERRANEAS POR CAMARAS Y PILARES.

1. INTRODUCCION

El método de cámaras y pilares es un procedimiento de laboreo en el que la extracción se produce abriendo un conjunto de huecos o cámaras, dejando parte del mineral en forma de pilares con objeto de sostener el techo de las cámaras. Los pilares deben dimensionarse para soportar las tensiones verticales naturales y las producidas por las excavaciones.

Las ventajas que presenta este método de explotación son numerosas, destacando entre ellas las siguientes:

- Flexibilidad del laboreo, que se adapta a los cambios de potencia y de leyes que surgen durante la explotación del yacimiento.

- Selectividad en la extracción del mineral, llegándose a dejar pilares de estéril en muchos casos.

- El sistema puede aplicarse a varios niveles simultáneamente, de manera que las operaciones en un nivel no afecten estructuralmente a los demás niveles.

Frente a las ventajas reseñadas, se pueden mencionar los siguientes inconvenientes:

- Mantenimiento de los techos de las cámaras en operación, con incidencia en la seguridad y en el costo.
- Vida limitada de las labores debido a la convergencia de pilares y galerías en terrenos viscoplásticos, fundamentalmente en sal.
- Los movimientos del terreno sobre la explotación y su repercusión en superficie pueden ser perjudiciales en algunas ocasiones.

Para el tratamiento de este tipo de cuestiones se acudía a soluciones analíticas, las cuales no daban respuesta a determinados aspectos complejos de los problemas. Sin embargo, en las dos últimas décadas se ha producido un enorme desarrollo en los métodos de cálculo en el campo de la ingeniería, la geotecnia y la minería.

A la complejidad de los problemas cuya solución requiere un complicado procedimiento de cálculo y a la investigación de nuevas soluciones en el campo del análisis numérico, se ha unido la utilización del ordenador, todo lo cual ha dado lugar a la aparición y posterior implantación de modelos numéricos, como instrumento de cálculo indispensable, para dar respuesta a aquellos casos en que la solución analítica no es suficiente.

Los Elementos Finitos y el método de Diferencias Finitas son los procedimientos más empleados en los problemas geotécnicos. No obstante, también se utilizan otros

esquemas numéricos tales como el Método de los Elementos de Contorno. En este sentido, los trabajos que se han realizado y que figuran en el presente Informe, se han basado en los siguientes modelos numéricos:

BESOL, de Elementos de Contorno

FLAC, de Diferencias Finitas

ABAQUS, de Elementos Finitos

En concreto, se han analizado los siguientes aspectos:

- Comportamiento del terreno en las explotaciones por cámaras y pilares en materiales elásticos.

- En las explotaciones por cámaras y pilares en materiales elastoplásticos, obtención de sus estado tensional y definición de las condiciones de estabilidad en diversas situaciones.

- Estabilidad de las explotaciones por cámaras y pilares en materiales viscoplásticos, específicamente en sal, mediante leyes constitutivas complejas que simulen el comportamiento reológico de la sal.

- Obtención de conclusiones útiles a partir de los resultados proporcionados por cada método, tras la determinación de las cargas sobre los pilares y del cálculo de su resistencia por métodos analíticos y numéricos.

Como resultado de los anteriores análisis, se ha propuesto una metodología de trabajo dirigida a ser utilizada por los técnicos del Area de Seguridad Minera del ITGE. Esta metodología permite acometer los problemas del comportamiento del terreno alrededor de las explotaciones por cámaras y pilares y su repercusión en superficie. La metodología se basa en la modelización numérica del problema. En ella se incluyen los datos iniciales necesarios, así como su obtención a partir de ensayos de laboratorio y medidas "in situ". Se sugiere la utilización de algunos modelos numéricos, indicando su ámbito de aplicación.

Con esta metodología se espera dotar al Area de Seguridad Minera del ITGE de las técnicas más modernas de diseño de explotaciones por cámaras y pilares, que le servirán como herramienta para la resolución de los problemas concretos que se planteen en el futuro relacionados con la estabilidad de estas explotaciones y los hundimientos superficiales que puedan provocar.

2. DETERMINACION DE LA RESISTENCIA DE LOS PILARES.

La predicción de la resistencia de los pilares de una mina se viene realizando a partir de los ensayos llevados a cabo en laboratorio sobre probetas extraídas de muestras de roca de los pilares, siempre que se trate de pilares esbeltos.

En pilares poco esbeltos, con relaciones anchura/altura mayores que 2, no se puede predecir su resistencia a partir de ensayos de laboratorio, ya que la parte interior de los pilares está sometida a tensiones triaxiales. En ese caso, la resistencia del pilar se estima mediante un modelo numérico.

En el momento presente, no se dispone de una formulación general única que permita la extrapolación de un ensayo a las condiciones reales de la mina. Sin embargo, todas las investigaciones coinciden en el hecho de que la resistencia a compresión del pilar varía en función del tamaño y de la forma del mismo, es decir, de la relación anchura/altura del pilar. También se ha observado que la resistencia disminuye a medida que el tamaño de la probeta aumenta, debido a que al incrementarse el tamaño, es más probable que aparezca algún defecto estructural que desarrolle la rotura de la roca. Asimismo, la resistencia aumenta cuando disminuye la relación altura/anchura, y es mayor cuando aumenta el confinamiento del pilar.

2.1. Influencia del tamaño en la resistencia.

Cuando se diseñan los pilares de una mina de carbón, el primer factor que hay que considerar es el denominado tamaño crítico de la probeta de roca. Se define como el tamaño de la probeta a partir del cual un aumento de sus dimensiones no produce una disminución apreciable de su resistencia.

La mayoría de los investigadores fijan el tamaño crítico de las probetas cúbicas en torno a los 90 cm de lado, cuando se trata de carbón. En probetas de rocas no se ha señalado ningún valor que defina el tamaño crítico.

El concepto de tamaño crítico tiene una aplicación directa para el diseño de los pilares de una mina, ya que la resistencia de éstos, suponiendo que fueran cúbicos, sería igual a la resistencia de la probeta de tamaño crítico.

Según las investigaciones realizadas por Hustrulid (1976) sobre probetas de carbón, se llegó a la conclusión de que la resistencia de las probetas cúbicas es función de su arista según la siguiente expresión:

$$\sigma = K/\sqrt{d} \quad (1)$$

donde,

K es una constante

d es la longitud de la arista de una probeta cúbica o el diámetro de una cilíndrica.

El valor de la constante K se determina a partir de ensayos de laboratorio.

Suponiendo que se ensaya a compresión simple una probeta cúbica del mismo carbón que el de los pilares, se obtiene el siguiente valor de K:

$$K = \sigma_c \sqrt{d} \quad (2)$$

Una vez determinado el valor de K, mediante la expresión (1) se calcula la resistencia del pilar, σ , considerando una probeta cúbica de tamaño crítico, es decir, de 0,9 m de arista.

$$\sigma = K/\sqrt{d} = \frac{\sigma_c}{\sqrt{0,9}} \sqrt{d} \quad (3)$$

Los valores de la resistencia de probetas cúbicas y los de cilíndricas son análogos para diámetros de la probeta o arista del cubo comprendidos entre 50 y 100 mm.

Cuando en lugar de carbón, como en el caso anterior, se trata de diseñar pilares en

roca, se han encontrado relaciones análogas a la (1). Por ejemplo, HOEK y BROWN (1980) proponen la siguiente relación:

$$\sigma / \sigma_{50} = \left(\frac{0,05}{d} \right)^{0,18} \quad (4)$$

donde,

d es el diámetro de la probeta expresado en metros.

σ_{50} es la resistencia a la compresión simple de una probeta cilíndrica de 50 mm de diámetro o de una probeta cúbica de 50 mm de arista.

Esta relación es más general que la relación (3), ya que es aplicable a rocas de distintas litologías.

Se observa que el exponente disminuye de 0,5 en carbón a 0,18 en rocas; esto significa que el efecto de escala es mucho más acusado en probetas de carbón que en probetas de roca.

2.2. Influencia de la forma en la resistencia.

Para cuantificar la influencia de la forma de los pilares en su resistencia, varios investigadores han realizado ensayos de compresión sobre probetas de distintas litologías, variando las relaciones anchura/altura, w/h , de la probeta.

A continuación se exponen algunas de las ecuaciones obtenidas;

para carbón, Bieniawski propone la siguiente ecuación:

$$\sigma_p = \sigma_{CR} \left(0,64 + 0,36 \frac{w}{h} \right) \quad (5)$$

donde,

σ_p es la resistencia del pilar

σ_{CR} es la resistencia a compresión simple de una probeta cúbica de tamaño crítico.

w es la anchura del pilar

h es la altura del pilar

Esta ecuación es válida para relaciones $w/h > 1$ con una anchura del pilar $w > 1,5$ m.

Para rocas en general, Obert y Duvall (1967) han encontrado la siguiente relación:

$$\sigma_p = \sigma_c \left(0,778 + 0,222 \frac{w}{h} \right) \quad (6)$$

donde,

σ_c es la resistencia del pilar obtenida de la ecuación (4), teniendo en cuenta que en probetas de roca no se ha investigado el tamaño crítico.

2.3. Influencia del tamaño y forma sobre la resistencia.

En este apartado se recogen diversas ecuaciones que tienen en cuenta simultáneamente la influencia del tamaño y forma de las probetas sobre sus resistencia.

Como resultado de las investigaciones llevadas a cabo por Salamon y Munro (1967), se obtuvo la siguiente expresión para el cálculo de la resistencia de pilares:

$$\sigma_p = k h^\alpha w^\beta \quad (7)$$

donde, h y W son respectivamente la altura y anchura del pilar y k , α , β son coeficientes cuyos valores se han obtenido a partir del análisis de más de 100 casos de pilares rotos e intactos de carbón, resultando los siguientes valores:

$$\alpha = -0,66$$

$$\beta = 0,66$$

Al aplicar la ecuación (7) a los pilares de blenda de la mina de Recocín, resultan los siguientes valores de los coeficientes α y β :

$$\alpha = -0,55$$

$$\beta = 0,68$$

En la mina de Eliot Lake (Canadá) que explota uranio por cámaras y pilares, la

ecuación (7) se ha ajustado con los siguientes valores de los parámetros:

$$\alpha = -0,5$$

$$\beta = 0,75$$

En todos estos casos, se utilizan coeficientes de seguridad del orden de 1,5.

Fórmulas de Panek.

Mediante estudios estadísticos basados en la teoría de la similitud, de los resultados de los ensayos llevados a cabo en laboratorio e "in situ" y observaciones sobre pilares, Panek (1980) ha desarrollado una expresión para estimar la resistencia de los pilares de una mina teniendo en cuenta su geometría y las propiedades mecánicas de los materiales que los componen, así como del techo y del muro.

El análisis de la influencia del tamaño en la resistencia de la probeta se ha llevado a cabo realizando un conjunto de ensayos con probetas en las que se ha mantenido constante la relación W/h, resultando una expresión del tipo:

$$\sigma_p = k_1 \left(\frac{1}{W} \right)^{c_1} \quad (8)$$

Para el estudio de la influencia de la forma sobre la resistencia de la probeta, en los ensayos de compresión simple se ha mantenido constante la anchura o diámetro de la probeta y se ha variado su altura, resultando la siguiente ecuación:

$$\sigma_p = k_2 \left(\frac{1}{h} \right)^{c_2} \quad (9)$$

Cuando se varía a la vez la anchura y altura de la probeta, la expresión resultante es la siguiente:

$$\sigma_p = k \left(\frac{1}{W} \right)^{c_1} \left(\frac{W}{h} \right)^{c_2} \quad (10)$$

En la práctica se puede operar de la siguiente forma según la teoría de Panek:

1. Se realizan ensayos con probetas cúbicas de distintos tamaños para determinar C_1 y con probetas de la misma anchura y distintas alturas para estimar C_2 . Con estos ensayos se puede determinar el valor de k de la ecuación (10).
2. Se corrigen los resultados para tener en cuenta la diferencia de fricción entre la roca de techo y muro con los pilares y la de las probetas con los platos de acero de la prensa. Para ello se aumenta en un 16% la resistencia predicha del pilar, σ_p .
3. Se efectúa la corrección por módulo de elasticidad de las placas de acero de la prensa frente al de la roca del techo y muro de la capa. Por este motivo se reduce en un 44% aproximadamente la resistencia del pilar sobre el valor predicho anteriormente.

En todo caso, resulta mejor efectuar los ensayos de laboratorio colocando entre la probeta y la prensa piezas de roca del techo y del muro para simular a escala la fricción entre el pilar y los hastiales.

3. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS ELASTICOS. PROGRAMA BESOL.

3.1. Descripción del programa.

El modelo numérico de elementos de contorno denominado BESOL (Boundary Elements Solution), versión MS 221, desarrollado por Crouch Research, Inc., permite modelizar una o varias capas en una región semiinfinita.

Con el código BESOL se puede simular con gran facilidad el comportamiento mecánico de estructuras subterráneas de cámaras y pilares. La gran ventaja de este código radica en que reduce el problema tridimensional a bidimensional, en lo que a geometría del mallado se refiere, ya que no es necesario reproducir más que los contornos de los pilares.

El paquete informático incorpora un procesador gráfico denominado MSPREP, para la construcción del modelo de la explotación. Con esta herramienta, se discretiza la geometría mediante una malla de elementos cuadrados y se asigna a cada elemento su estado (mineral, hueco o relleno) y su altura correspondiente.

El programa calcula tensiones, deformaciones y desplazamientos alrededor de excavaciones tridimensionales en yacimientos tabulares. Es pues, una herramienta adecuada para la modelización pretendida. El modelo considera macizos homogéneos, isótropos y constituidos por materiales de comportamiento linealmente elástico.

El programa de cálculo permite que los modelos que se diseñen puedan estar formados por 180 columnas y 270 filas. Es decir, el modelo, como máximo, tendrá 180 elementos en horizontal y 270 en vertical. En el caso de trabajar con dos capas, estos 270 elementos se ven reducidos a 135 elementos por capa.

Los elementos son cuadrados, admitiéndose varias longitudes (2, 4, 8 m ...). Sin embargo, todos los elementos de cada mallado deben tener la misma longitud.

Una vez limitado el modelo por sus dimensiones máximas, se puede dibujar la geometría de la mina mediante la utilización de distintos elementos según se explica más adelante.

Los posibles materiales que incluye el modelo dentro de la capa de mineral, pueden ser de tres tipos: mineral, relleno o hueco.

La obtención de resultados se realiza sólo en determinadas áreas denominadas ventanas, que son cuadrados de 30 elementos de lado y cuya situación ha de elegirse antes de ejecutar el programa, con ayuda del preprocesador.

El modelo proporciona salidas gráficas por plotter en las que se visualizan las tensiones y convergencias existentes en las explotaciones. Las líneas dibujadas en cada lámina representan:

- Las curvas de isovalores (tensión y convergencia), con su correspondiente leyenda en la que cada número representa un valor.

- La geometría de la explotación, que establece el límite entre mineral y hueco.

En los bordes de las ventanas se señala la numeración por filas y columnas de los elementos del mallado.

Los valores de las tensiones principales y coeficientes de seguridad se obtienen separadamente en el techo y muro, pues sus magnitudes son muy distintas.

3.2. Parámetros del modelo.

Los parámetros necesarios para definir el modelo son los siguientes:

- Inclinación o buzamiento de las capas, obtenidos de los mapas geológicos o a partir de medidas in situ en diaclasas, calicatas y sondeos.
- Potencias de las capas. Este dato se extrae de isopacas disponibles en las minas. El programa permite asignar diferentes potencias a las distintas zonas de la capa, tomándose varias alturas de explotación.

En la pantalla del ordenador los valores de las potencias se pueden visualizar empleando distintos colores para cada uno de ellos.

- Tensiones naturales. Para aplicar al modelo las tensiones naturales que se supone que existen en el yacimiento, se calculan sus valores medios a partir de las medidas realizadas "in situ" mediante células biaxiales tipo "door stopper" por ejemplo. Con estas células, constituidas por una roseta de resistencias extensométricas a 45°, se miden las deformaciones que experimenta el fondo de un sondeo al ser reperforado. Conocidas las deformaciones, se calcula el valor de la tensión principal máxima, que normalmente es vertical, y los de las otras dos tensiones horizontales.

Para determinar el tensor de tensiones es necesario relizar tres sondeos perpendiculares entre si. En cada sondeo se determinan las deformaciones en tres direcciones, dos perpendiculares y la tercera a 45°. De esta forma se tendrán datos suficientes para calcular las componentes del tensor de deformaciones y a partir de ellas y de las constantes elásticas de la roca, mediante las ecuaciones de Lamé se obtendrán las componentes del tensor de tensiones.

- Propiedades de los materiales. Las propiedades de los materiales se determinan mediante ensayos de laboratorio, teniendo en cuenta los efectos de escala.

Hay que obtener los valores del módulo de elasticidad de las rocas de techo y muro y el de la roca de los pilares, así como los respectivos coeficientes de Poisson. A partir de estos valores, se calcula el módulo cortante del mineral, techo y muro mediante la siguiente relación:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

donde:

G es el módulo cortante o de rigidez

E es el módulo de elasticidad de Young
 μ es el coeficiente de Poisson

También hay que introducir la cohesión y fricción de la roca así como los parámetros m y S de Hoek y Brown.

- Características del relleno. Cuando se utiliza relleno como parte básica del método de explotación, es necesario introducir las características de dicho material, previamente a la ejecución del programa. Este, permite la introducción de hasta nueve tipos distintos de relleno, aunque habitualmente el comportamiento de la explotación se simula suficientemente bien con un solo tipo de relleno.

Para la representación de las características del relleno, se utiliza una relación tenso-deformacional como la mostrada en la Figura 1. En ella hay que conocer la máxima compactación que puede alcanzar el relleno, dada como porcentaje de la distancia entre el techo y muro, y representada por el valor b . Por otra parte, hay que determinar la resistencia a del relleno cuando el techo ha experimentado un descenso igual a la mitad de la distancia entre techo y muro, es decir, $b/2$.

Los parámetros característicos del relleno, se obtienen a partir de diversos análisis numéricos variando los valores de a y b , hasta lograr una buena coincidencia entre las presiones medidas en la misma con células de presión colocadas en el relleno, y las presiones calculadas como resultado del análisis numérico. De esta forma se asegura la correcta utilización del programa.

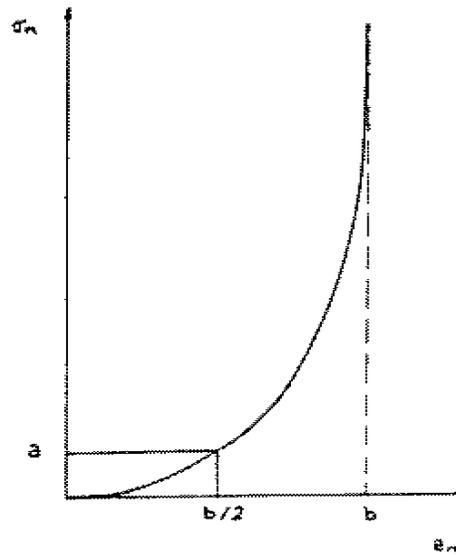


FIGURA 1

Relación tenso-deformacional del relleno

3.3. Limitaciones del modelo.

En este modelo, al igual que en cualquier modelización numérica, no se obtienen resultados totalmente exactos. Aunque la aproximación alcanzada sea suficientemente válida, es conveniente conocer las simplificaciones contenidas en el programa.

La primera de ellas es la consideración de que los macizos son homogéneos, isótropos y están constituidos por material de comportamiento linealmente elástico. Como los materiales no son totalmente uniformes en sus propiedades y éstas varían según la dirección tomada para su medida, las suposiciones anteriores no son totalmente válidas.

Por otra parte, el programa necesita para su ejecución datos como el buzamiento de las

capas y sus potencias. Estos datos se introducen en forma de valores medios. En el caso del buzamiento, no se puede introducir más que un valor, por lo que no es posible reflejar las variaciones que se producen en el buzamiento de la capa. En el caso de las potencias, el programa permite asignar potencias diferentes a diversas zonas de la capa, pero expresadas siempre como potencias medias en cada zona.

Otro punto importante a tener en cuenta es la extensión de los modelos planteados. El programa tomará como zona no explotada el área que se encuentra fuera del modelo, por lo que la zona objeto de estudio debe quedar centrada en el modelo. De esta manera, la situación que se encuentre en su entorno será similar a la existente en realidad en la mina. Este aspecto hace especialmente importante la correcta elección de la longitud de los elementos cuadrados que compondrán el modelo. Si los elementos elegidos son de gran longitud, se podrá abarcar una amplia zona de la mina. Así la situación de la zona en estudio sería muy similar a la real a una gran distancia, pero haría difícil y en algunos casos imposible modelizar los pequeños elementos como pilares y huecos. Si los elementos son de pequeña longitud el efecto producido es el contrario.

Asimismo, en esta versión del BESOL, el número de capas con las que se puede trabajar es de dos. Ello disminuye las posibilidades de trabajo en caso de multicapas. Además, al trabajar con dos capas el programa sólo acepta 135 filas de elementos de mallado en cada capa, lo cual limita la extensión de la zona a modelizar.

Por último, hay que señalar que la profundidad de la capa es un tema básico, ya que este valor se asigna al vértice superior izquierdo del mallado; así cada línea tiene asignada una determinada profundidad. Esto en la realidad no es rigurosamente cierto, ya que el nivel topográfico puede variar.

3.4. Datos de entrada.

La ejecución del programa para el cálculo de tensiones y convergencias, necesita previamente la introducción de un conjunto de datos o parámetros, justificados previamente, para cada uno de los modelos en que se ha dividido la explotación.

A continuación se indican los conceptos que hay que introducir en las distintas fases de explotación:

- Angulo de inclinación de la capa.
- Número de columnas del mallado.
- Número de filas del mallado.
- Número de capas.
- Longitud de elemento (m).
- Número de potencias en capa.
- Módulo de elasticidad del techo (Mpa).
- Coeficiente de Poisson.
- Módulo de elasticidad de pilares (MPa).
- Resistencia a compresión simple de la roca.
- Resistencia a tracción uniaxial de la roca.
- Cohesión de la roca (MPa).
- Angulo de rozamiento interno.
- Parámetros m y S de Hoek-Brown del macizo rocoso.
- Peso específico del terreno (N/m^3).
- Tensiones naturales vertical y horizontal (MPa).
- Características del relleno: valores de los parámetros "b" y "a" mencionados en la Figura 1.

3.5. Descripción de la forma de salida de los resultados.

Los resultados obtenidos tras la ejecución del programa, tensiones y convergencias, se representan en unas zonas determinadas, que son las "ventanas" de 30 elementos de lado. En cada una de ellas el programa puede proporcionar gráficos o listados de tensiones y deformaciones. Los listados muestran los valores de tensiones y deformaciones en cada línea de mallado y en todas sus columnas.

Cuando los resultados del programa se presentan en forma gráfica, existen dos opciones según se trate de una ventana completa o de una sección por una fila o columna de la ventana.

a) El gráfico abarca el espacio ocupado por la ventana.

Las características de este gráfico son las siguientes:

- Incluye curvas de isovalores (tensiones o convergencias), con su correspondiente leyenda en la que cada número representa un valor de tensión o de convergencia.

- Se puede observar la geometría de la explotación, estando señalado el límite entre mineral y hueco.

- Los bordes de estos gráficos están numerados, correspondiendo esta numeración a

las filas y columnas de los elementos del mallado.

- b) El segundo tipo de gráfico representa un corte de una fila o columna del gráfico anterior. En estos gráficos se pueden observar las tensiones o deformaciones a lo largo de una dirección. El programa indica con distintos colores el estado de la explotación (hueco, relleno o mineral).

3.6. Procedimiento operativo.

3.6.1. Terminología, notaciones y convenios de signo.

. Sistemas de coordenadas.

El BESOL utiliza dos sistemas de coordenadas: un sistema global X,Y,Z (coordenadas de la mina) y un sistema local X,Y,Z (coordenadas del plano de la capa).

En la Figura 2 se representan ambos sistemas de coordenadas.

El origen del sistema global X,Y,Z puede ser la superficie del terreno o un punto arbitrario en el macizo rocoso.

Las coordenadas locales X, Y, Z tienen su origen en un punto arbitrario de la capa. El eje Z es perpendicular al plano de la capa. El eje Y está situado según la dirección del buzamiento de la capa y en sentido contrario. El eje X coincide con el rumbo de la capa y es paralelo al eje X global.

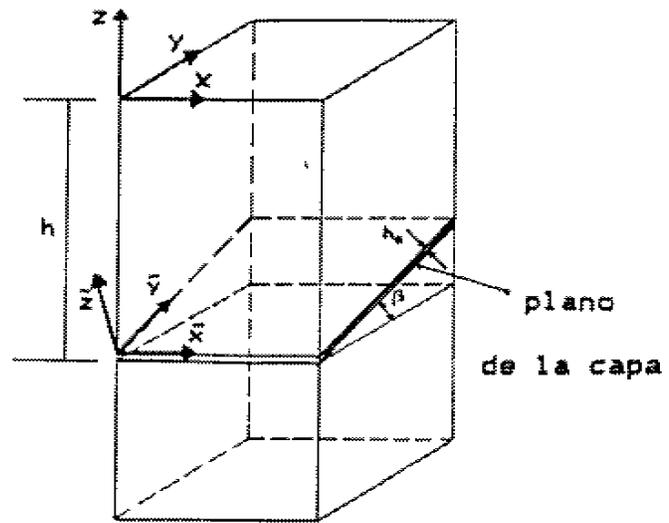


FIGURA 2

Sistemas de coordenadas en el programa BESOL

Se supone que la potencia de la capa h_0 es pequeña con respecto al tamaño del modelo. La parte superior del plano de la capa, $Z=0_+$ representa el techo y la parte inferior $Z=0_-$ el muro.

Componentes de desplazamiento.

En este apartado se consideran los desplazamientos inducidos por las labores mineras. Los desplazamientos de los puntos de la capa vienen dados en coordenadas locales u_x, u_y, u_z y los de los puntos de fuera de la capa en coordenadas globales, u_x, u_y, u_z .

. Componentes de convergencia y cabalgamiento.

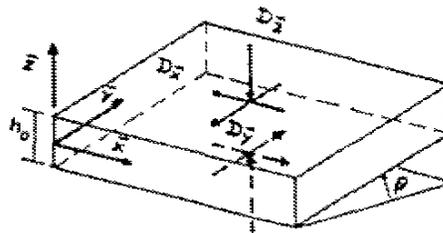
Los movimientos relativos entre las dos superficies del plano de la capa se denominan *convergencia* y *cabalgamiento*. Estas componentes señaladas en la Figura 3. se expresan en coordenadas locales y vienen definidas por:

$$\bar{D}_x = \bar{u}_x(0) - \bar{u}_x(0_+)$$

$$\bar{D}_y = \bar{u}_y(0) - \bar{u}_y(0_+)$$

$$\bar{D}_z = \bar{u}_z(0) - \bar{u}_z(0_+)$$

donde,



\bar{D}_x y \bar{D}_y son las componentes de cabalgamiento y \bar{D}_z es la componente de convergencia.

FIGURA 3

Componentes de convergencia y cabalgamiento

. Componentes de las tensiones.

Las tensiones calculadas por el BESOL son totales, es decir, son las resultantes del estado inicial de tensiones y de las tensiones inducidas por las operaciones mineras. La nomenclatura viene indicada en la Figura 4 para los ejes globales.

Las tensiones normales de compresión se consideran positivas. El sentido positivo de las tensiones de corte viene indicado en la figura.

Las componentes del campo tensional inicial previo a las labores mineras se denominan P_{xx} , P_{yy} , P_{zz} , P_{xy} , P_{xz} y P_{yz} y se expresan en coordenadas globales.

Las tensiones de salida pueden darse en coordenadas locales, es decir, sobre la capa y perpendicular a la capa, o bien, en coordenadas globales cuando el resultado son las tensiones principales.

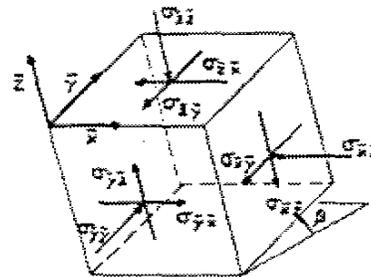
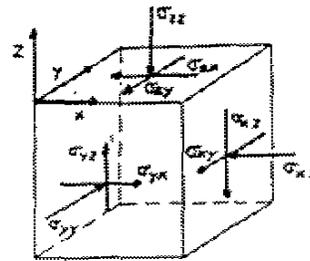


FIGURA 4
Componentes de las tensiones

3.6.2. Organización de los programas y operación.

El programa BESOL está organizado en tres módulos: A, B y C.

El módulo A calcula las convergencias y cabalgamientos sobre el plano de la capa, considerando unas propiedades concretas de los materiales, un estado inicial de tensiones conocido y un esquema de explotación concreto.

El módulo B calcula los desplazamientos, tensiones y deformaciones en zonas denominadas "ventanas" situadas sobre el plano de la capa.

El módulo C calcula las mismas variables anteriores fuera del plano de la capa en las "ventanas" especificadas.

El módulo A siempre debe ejecutarse antes de los módulos B y C.

Se dispone además de módulos de preproceso y postproceso en cada uno de los programas. Estos módulos se denominan MSPREP y MSPOST respectivamente.

1. Se preparan los datos de entrada utilizando MSPREP.
2. Se ejecuta el módulo MS221A.
3. Se ejecuta el módulo MS221B y se analizan los resultados utilizando el módulo MSPOST.
4. Se ejecuta el módulo MS221C y se analizan los resultados con el módulo MSPOST.

3.6.2.1. Preparación del modelo.

- Mallado de la capa.

El área de interés en el plano de la capa se divide en un mallado de N FILAS x N

COLUMNAS de elementos cuadrados, (NROW x NCOL). La longitud de los elementos cuadrados es $2a$ y se denomina SL. Los elementos se numeran tomando como origen la parte superior izquierda del mallado. El cuadrado (i, j) indica la fila i en la dirección Y, y la columna j en la dirección X.

. Geometría de la mina.

Cada elemento del plano de la capa se define como no minado, minado o relleno. En la práctica la geometría de la mina se introduce en el modelo definiendo los elementos de la matriz MP (I, J) de la forma siguiente:

HUECO $MP(I, J)=M$ si el elemento i, j está minado.

PILAR $MP(I, J)=U$ si el elemento i, j no está minado.

$MP(I, J)=n$ si el elemento i, j está relleno con un relleno tipo n .

El tipo de relleno se define con el parámetro KFILL. Cuando este parámetro es igual a 1, las propiedades del relleno se introducen digitalmente y con KFILL=2 estas propiedades se definen mediante fórmulas empíricas.

En el módulo A del BESOL hay que introducir como datos de entrada todos los elementos de la matriz del esquema de explotación, fila a fila.

El mallado del plano de la capa está dividido en tres bandas de anchura $NCOL/3$.

. Ventanas sobre la capa.

Cada ventana es de 30x30 elementos. En los módulos A y B se pueden utilizar cuatro ventanas sobre la capa en cada aplicación. La ventana se define indicando la fila-columna, (i, j) (IWIN, JWIN) de su borde superior izquierdo.

. Ventanas fuera de la capa.

Se utilizan en el módulo C para tener información de zonas fuera de la capa.

Al igual que en el caso anterior, las ventanas son de 30 x 30 elementos, con el mismo rumbo que el plano de la capa. Se pueden elegir hasta 4 ventanas diferentes en cada aplicación.

La ventana está definida por las coordenadas de su esquina superior izquierda, Y_0 , Z_0 y por el propio plano de la ventana que forma un ángulo α con la horizontal, según se indica en la Figura 5.

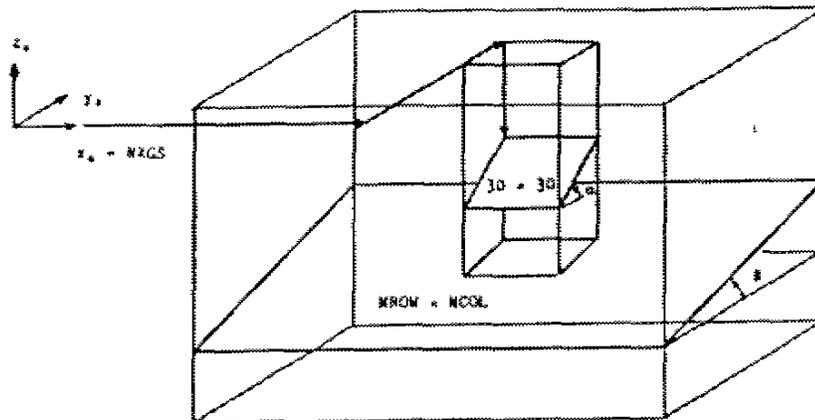


FIGURA 5

Definición de una ventana fuera de la capa

La inclinación de la ventana es arbitraria, dentro del rango $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$.

El borde izquierdo de la ventana está definido por el parámetro NXGS que es igual a su coordenada X_0 . NXGS puede tener cualquier valor desde 0 hasta NCOL.

. Estado tensional inicial.

El estado inicial de tensiones se define mediante las seis componentes del tensor de tensiones en dos puntos a diferente profundidad en el macizo rocoso. Las tensiones iniciales se representan en el sistema global X, Y, Z mediante:

prof. Z_1 $(P_{xx})_1, (P_{yy})_1, (P_{zz})_1, (P_{xy})_1, (P_{xz})_1, (P_{yz})_1$
 prof. Z_2 $(P_{xx})_2, (P_{yy})_2, (P_{zz})_2, (P_{xy})_2, (P_{xz})_2, (P_{yz})_2$

Por ejemplo, Z_1 puede estar situado en la superficie de la tierra, $Z=0$ y Z_2 puede localizarse en un punto donde su estado tensional sea conocido. De esta forma queda definido un estado tensional inicial donde las tensiones principales varían linealmente con la profundidad.

3.6.2.2. Secuencias de operación.

Para preparar el fichero de datos de entrada del BESOL, se dispone de un preprocesador, MSPRE que genera los ficheros de datos de entrada necesarios para cada uno de los tres módulos MS221A, MS221B y MS221C. Existen tres postprocesadores MSPOSTA, MSPOSTB y MSPOSTC.

A continuación se resumen las secuencias de operación del BESOL/MS221.

Programa/ módulo	Fichero de entrada	Ficheros creados	Observaciones sobre los ficheros creados
MSPREP	ninguno	MS221A.IMA MS221B.IMB MS221C.IMC	Datos de entrada de MS221A Datos de entrada de MS221B Datos de entrada de MS221C
MS221A	MS221A.IMA	MS221A.OUT MS221A.AUX MS221A.PLT INCO1.AMD INCO2.AMD	Salida de datos básicos Fichero de datos auxiliares Fichero de plotter de MSPOSTA Coeficiente de influencia del módulo A Coeficiente de influencia del módulo A
MS221B	MS221B.IMB MS221A.AUX	MS221B.OUT MS221B.PLT INCO1.BMD INCO2.BMD	Salida de datos básicos Fichero de plotter de MSPOST Coeficiente de influencia del módulo B Coeficiente de influencia del módulo B
MS221C	MS221C.IMC MS221A.AUX	MS221C.OUT MS221C.PLT INCO1.CMD INCO2.CMD	Salida de datos básicos Fichero de plotter de MSPOSTC Coeficiente de influencia del módulo C Coeficiente de influencia del módulo C
MSPOSTA	MS221A.PLT	ninguno	Resultados de MS221A por plotter o por impresora
MSPOSTB	MS221B.PLT	ninguno	Idem MS221B
MSPOSTC	MS221C.PLT	ninguno	Idem MS221C

Dado el tamaño de estos ficheros, conviene reservar en cada aplicación de 12 a 15 megabytes de espacio libre en disco.

Existe la opción de ejecutar un problema desde una etapa intermedia alcanzada con una pasada previa del programa. Para ello se utiliza el comando RESTART, que cuando es igual a cero supone que se trata de un problema nuevo y cuando es igual a 1, parte de los datos de la anterior ejecución del programa.

Los ficheros para el comando RESTART se denominan:

RESTART.IMA
RESTART.AUX
RESTART.PLT

3.6.3. Instrucciones de entrada para los módulos MS221 A, B y C.

. *Datos de entrada del módulo MS221A.*

La entrada del programa MS221A consiste en 14 sentencias, en formato libre, excepto las sentencias 12 y 14 que tienen formato fijo.

Como se ha indicado anteriormente, este fichero denominado MS221A.IMA se genera automáticamente con el preprocesador MSPREP.

Sentencia 1 Nombre del programa en uso. Aquí MS221A.
PRONAM MS221A

Sentencia 2 Situación del fichero de datos. Si se prepara el fichero manualmente,
 hay que utilizar la palabra "COMPLETE".
STATUS COMPLETE

Sentencia 3 Parámetros de control de "RESTART".
RESTART = 0 para un problema nuevo.
 = 1 para comenzar desde una ejecución previa.
RESTEP Número de pasos al finalizar la ejecución anterior (RESTEP=0 si
 RESTART=0)

Sentencia 4 Título del problema a resolver.

TITLE	Descripción de 1 a 80 caracteres.
<u>Sentencia 5</u>	Parámetros de control.
NUMSEG	Número de segmentos de capa (número de capas).
NUMWIN	Número de ventanas (de 1 a 4).
NSTEPS	Número de etapas de minado (≥ 1).
NUMST	Número de diferentes potencias de la capa (de 1 a 9).
NUMFILL	Número de rellenos con propiedades diferentes (de 0 a 9).
KFILL	= 0 no hay relleno. = 2 si los rellenos se definen según la fórmula empírica $\sigma_n = ae_n/(b-e_n)$ representada por la curva de la Figura 1.
<u>Sentencia(s) 6</u>	NUMSEG sentencias para definir la geometría del segmento de la capa, es decir, desde $n=1$ a NUMSEG.
NROW9(n)	Parámetro que especifica el número de filas del mallado en el segmento n , (capa n).
BETA(n)	Inclinación β_n del segmento n (capa n).
NXS9(n)	Parámetro que especifica una elevación lateral del mallado para el segmento n en la dirección X.
YBS(n)	$(y_o)_n$ coordenada y del borde superior del mallado para el segmento n (capa n).
ZBS(n)	$(z_o)_n$ coordenada z del borde superior del mallado para el segmento n (capa n).
	$(ZBS)_n = 0$ si el segmento n aflora.
<u>Sentencia(s) 7</u>	NUMWIN sentencias para definir la situación de las ventanas sobre la capa.
N	Número de la ventana ($1 \leq N \leq \text{NUMWIN}$).
IWIN(N)	Número de la fila para el primer elemento de la ventana N .
JWIN(N)	Número de la columna para el primer elemento de la ventana N .
<u>Sentencia 8</u>	Propiedades elásticas del macizo rocoso y de la capa y tamaño del

	elemento.
E	Módulo de Young del macizo rocoso.
PR	Módulo de Poisson del macizo rocoso.
SL	Longitud del lado de los elementos del mallado.
EO	Módulo de Young de la capa.
GO	Módulo de corte de la capa.

Sentencia 9 Estado inicial de tensiones a la profundidad z_1 .

Z_1 Elevación z_1 ($z_1 < 0$ bajo la superficie).

P_{xx1} $(P_{xx})_1$

P_{yy1} $(P_{yy})_1$

P_{zz1} $(P_{zz})_1$

P_{xy1} $(P_{xy})_1$

P_{xz1} $(P_{xz})_1$

P_{yz1} $(P_{yz})_1$

Sentencia 10 Estado inicial de tensiones a la profundidad z_2 .

Z_2 Elevación z_2 ($z_2 < 0$ bajo la superficie).

P_{xx2} $(P_{xx})_2$

P_{yy2} $(P_{yy})_2$

P_{zz2} $(P_{zz})_2$

P_{xy2} $(P_{xy})_2$

P_{xz2} $(P_{xz})_2$

P_{yz2} $(P_{yz})_2$

Sentencia(s) 11 NUMST sentencias para definir las potencias de la capa, es decir, desde $n=1$ a NUMST.

HO(n) $(h_n)_n$ potencia de la capa número n.

Sentencia(s) 12a Relación potencia/rigidez para la capa número 1.

Cada segmento o capa $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$ requiere de 1 a $\text{NUMROW}(K)$ líneas de entrada que especifican el esquema de la fila I del mallado, según se indica:

$ST(I, J) = m$ si el elemento J de la fila I tiene un potencia $(h_o)_m$.

NR Número de filas consecutivas del mallado en el segmento (capa) K que tienen la misma potencia.

Sentencia(s) 12b Relación potencia/rigidez para la capa número 2.

Cada segmento de capa $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$ requiere de 1 a $\text{NUMROW}(K)$ líneas de entrada que especifican el esquema de la fila I del mallado, según se indica:

$ST(I, J) = m$ si el elemento J de la fila I tiene un potencia $(h_o)_m$.

NR Número de filas consecutivas del mallado en el segmento (capa) K que tienen la misma potencia.

Sentencia(s) 12c Relación potencia/rigidez para la capa número 3.

Cada segmento de capa $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$ requiere de 1 a $\text{NUMROW}(K)$ líneas de entrada que especifican el esquema de la fila I del mallado, según se indica:

$ST(I, J) = m$ si el elemento J de la fila I tiene un potencia $(h_o)_m$.

NR (o capa) Número de filas consecutivas del mallado en el segmento o capa K que tienen la misma potencia.

Las sentencias 12a, 12b y 12c tienen el siguiente formato: (60I1,15). Los primeros 60 caracteres definen $ST(I, J)$ y deben ser números entre 1 y NUMST . Los siguientes cinco espacios especifican el valor de NR que debe ser al menos de 1.

Sentencia(s) 13 NUMFILL sentencias para definir las propiedades del relleno.

$A(n)$ constante a del relleno número n .

$B(n)$ constante b del relleno número n .

Para cada etapa de minado desde 1 hasta NSTEPS, hay que incluir las siguientes sentencias:

Sentencia(s) 14a Esquema de minado para la capa número 1.

Por cada segmento $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$. Se introducen de 1 a NUMROW (K) líneas de datos para especificar el esquema de explotación de la fila I del mallado, de la siguiente forma:

MP(I,J) = U si el elemento J de la fila I no está minado, M si está minado; 1, 2, ... n si está relleno con relleno tipo n ($1 \leq n \leq \text{NUMFILL}$).

NR Número de filas consecutivas del mallado en el segmento (capa) K con el mismo esquema de explotación.

Sentencia(s) 14b Esquema de minado para la capa número 2.

Por cada segmento $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$. Se introducen de 1 a NUMROW (K) líneas de datos para especificar el esquema de explotación de la fila I del mallado, de la siguiente forma:

MP(I,J) = U si el elemento J de la fila I no está minado, M si está minado; 1, 2, ... n si está relleno con relleno tipo n ($1 \leq n \leq \text{NUMFILL}$).

NR Número de filas consecutivas del mallado en el segmento (capa) K con el mismo esquema de explotación.

Sentencia(s) 14c Esquema de minado para la capa número 3.

Por cada segmento $K(1 \leq K \leq \text{NUMSEG})$. Se introducen de 1 a NUMROW (K) líneas de datos para especificar el esquema de explotación de la fila I del mallado, de la siguiente forma:

MP(I,J) = U si el elemento J de la fila I no está minado, M si está minado; 1, 2, ... n si está relleno con relleno tipo n ($1 \leq n \leq \text{NUMFILL}$).

NR Número de filas consecutivas del mallado en el segmento (capa) K

con el mismo esquema de explotación.

Las sentencias 14a, 14b y 14c tienen el siguiente formato: (60 A1, I5). Los primeros 60 caracteres definen MP(I,J) y deben ser letras U o M, o un número entre 1 y NUMFILL. Los siguientes espacios especifican NR, que debe ser por lo menos 1.

. *Datos de entrada del módulo MS221B.*

El fichero se denomina MS221B.IMB

Los datos de entrada en este módulo están definidos por dos sentencias (en formato libre):

Sentencia 1 Título del problema a resolver.
TITLE Descripción de 1 a 80 caracteres.

Sentencia 2 Criterio de rotura y parámetros resistentes de la roca y del macizo rocoso.

KFAIL = 1 criterio de Mohr-Coulomb.

KFAIL = 2 criterio de Hoek-Brown.

Si KFAIL = 1

UTS resistencia a tracción uniaxial.

MCC cohesión.

MCAF ángulo de rozamiento interno.

Si KFAIL = 2

UCS resistencia a compresión simple.

HBM parámetro m del criterio de rotura.
HBS parámetro s del criterio de rotura.

Datos de entrada del módulo MS221C.

El fichero se denomina MS221.IMC

La entrada del programa MS221C consiste en 4 sentencias:

Sentencia 1 Título del problema a resolver.

TITLE Descripción de 1 a 80 caracteres.

Sentencia 2 Parámetro de control.

NUMWIN Número de ventanas fuera de la capa ($1 \leq \text{NUMWIN} \leq 4$) de 30X30 elementos.

Sentencia 3 NUMWIN líneas de datos para definir el emplazamiento de las ventanas de fuera de la capa. Cada línea debe incluir la siguiente información:

N Número de ventana, (entre 1 y NUMWIN).

ALF(N) α inclinación del mallado de la ventana.

NXGP(N) Posición en columna del lado izquierdo de la ventana.

YBS(N) y_0 : coordenada y del borde superior del mallado de la ventana.

ZBS(N) z_0 : coordenada z del borde superior del mallado de la ventana.

Sentencia 4 Criterio de rotura y parámetros resistentes de la roca y macizo rocoso.

KFAIL = 1 criterio de rotura de Mohr-Coulomb.

KFAIL	=	2	criterio de rotura de Hoek-Brown.
Si KFAIL	=	1	
UTS			Resistencia a tracción uniaxial.
MCC			Cohesión.
MCAF			Angulo de rozamiento interno.
Si KFAIL	=	2	
UCS			Resistencia a compresión simple.
HBM			Parámetro m del criterio de rotura.
HBS			Parámetro s del criterio de rotura.

3.7. Análisis de resultados.

En este análisis de resultados se trata de una aplicación a modo de ejemplo.

Los estudios realizados se han centrado sobre una explotación por cámaras y pilares en una mina de blenda de las siguientes características:

- . Dimensiones del yacimiento: 100x100 m².
- . Pilares cuadrados de 5 m de lado y 6 de altura.
- . Número total de pilares: 36
- . Distancia entre pilares: 10 m

En primer lugar, se ha determinado la resistencia de los pilares.

Del yacimiento se ha obtenido un conjunto de probetas cilíndricas de blenda de 50 mm de diámetro y 100 mm de altura que posteriormente se han ensayado a compresión simple. El valor medio de la resistencia obtenida en estos ensayos ha sido de 35 MPa.

Aplicando la relación (7) del apartado 2-3, con $\alpha = -0,55$ y $B = 0,68$, se obtiene el valor de k :

$$\sigma = 35^{\circ} = k \cdot 0,1^{-0,55} \cdot 0,05^{0,68}$$

$$k = 75,64$$

La resistencia de los pilares es la siguiente:

$$\sigma_p = k h^a W^b = 75,64 6^{-0,55} 5^{0,68} = 84 \text{ MPa}$$

Conocida la resistencia de los pilares, se puede estimar su coeficiente de seguridad como el cociente entre dicha resistencia y la tensión a la que están sometidos los pilares, cuyo cálculo basado en simulaciones numéricas se explica más adelante.

Según se ha indicado en el apartado 2, en el diseño de pilares se utilizan coeficientes de seguridad mayores de 1,5.

A continuación, sobre esta explotación hipotética se han realizado simulaciones numéricas que tienen por objeto poner de manifiesto los siguientes aspectos del comportamiento de los pilares:

- . Influencia de la rigidez relativa techo/pilares sobre la carga de éstos.
- . Relación entre la situación del pilar en la mina, es decir, su mayor o menor proximidad al centro de la explotación, y la carga y las deformaciones que soporta.
- . Distribución de tensiones y deformaciones en el interior del pilar.

La mina anteriormente descrita se ha modelizado mediante elementos cuadrados de 1 m de lado, habiendo sido necesarios un total de 180x135 elementos. Se ha supuesto que las tensiones naturales máximas son verticales y de valor igual al peso del recubrimiento, cuya densidad se ha estimado en 2.500 kg/m³ aproximadamente. Las otras dos tensiones principales, horizontales, se han supuesto iguales a la tercera parte de la vertical, es decir, se ha considerado que no existen otras tensiones que las elásticas. El módulo de elasticidad de los pilares se ha estimado en 19.000 MPa y su coeficiente de Poisson en 0,25, de donde resulta un módulo cortante de 7.600 MPa.

Con objeto de analizar la influencia de la rigidez relativa techo/pilares, se han realizado dos simulaciones numéricas. En la primera de ellas se ha supuesto que el módulo de elasticidad del techo es de 50.000 MPa, es decir, más del doble que el de los pilares, lo que equivale a considerar que su rigidez es superior a la de éstos en la misma proporción. En la segunda, se ha considerado que el módulo de elasticidad del techo, y por lo tanto su rigidez, es aproximadamente la mitad del de los pilares, habiéndose adoptado un valor de 10.000 MPa.

En la Figura 6 se muestra la geometría de la mina en planta. En ella pueden distinguirse también las tres ventanas o recintos en los que se ha pedido información al programa. La ventana 1 se encuentra situada en el centro de la explotación, la 2 en una esquina y la 3, en la mitad de uno de los bordes de la misma.

La carga vertical sobre los pilares de la ventana 1 se muestra en la Figura 7 y la convergencia de la mina en la Figura 8. Este mismo tipo de información para la ventana 2 se puede ver en las Figuras 9 y 10, y para la ventana 3 en las Figuras 11 y 12. Si se comparan las Figuras 7 y 9 se observará que las cargas sobre los pilares de la ventana central oscilan entre 23 y 27 MPa, mientras que las que actúan sobre los pilares situados en la ventana de esquina varían entre 18,1 y 25 MPa, es decir, son notablemente inferiores. La influencia de la distancia al centro de la explotación sobre la carga de un pilar se pone aún más claramente de manifiesto si se compara el pilar más esquinado de la Figura 9 con el más céntrico de la 7; en el primero de ellos, la presión oscila entre 18,1 y 22 MPa, mientras que en el segundo está entre 24 y 27 MPa. Este mismo fenómeno se puede observar comparando las Figuras 7 y 11, aunque en este caso esté menos pronunciado. Algo similar a lo anteriormente indicado para las presiones sucede con las convergencias verticales, según puede observarse en las Figuras 8, 10 y 12.

Otro aspecto interesante que se deduce de la simulación numérica es el referente a la distribución de las presiones en el pilar. Según puede verse en la Figura 7 las mayores presiones se alcanzan en los bordes de los pilares y las menores en el centro; si se observa el pilar superior derecho de esta figura, se verá que en el centro del mismo la carga es de 23 MPa y que en su periferia llega a 27. Algo similar sucede en los pilares correspondientes a las ventanas 2 y 3, pero, además, se produce en éstos un fenómeno que se manifiesta especialmente en el pilar superior izquierdo de la Figura 9; en este pilar se observará que la distribución de tensiones es totalmente asimétrica, estando más cargado en la esquina más próxima al centro de la explotación que en las otras. Por consiguiente, a escala de pilar se produce el mismo fenómeno que se expuso anteriormente para el conjunto de pilares de la mina.

En las Figuras 8, 10 y 12, en las que se ha representado la convergencia en las ventanas, se puede ver que la flexión del techo va disminuyendo desde el centro de la explotación hacia sus bordes. Esta variación es realmente la causa de lo anteriormente expuesto sobre la relación entre la carga de los pilares y su distancia al centro del área extraída. Otro fenómeno que se puede observar en estas figuras, por ejemplo, en la 8, es que la convergencia de los pilares es mínima en el centro y máxima en los bordes; esto explica que las cargas sobre ellos aumenten en el mismo sentido.

El análisis realizado en el caso de un techo menos rígido que los pilares se presenta en las Figuras 13 a 18. Si se compara la Figura 7 con la Figura 13, se puede observar el considerable incremento que ha experimentado la presión sobre los pilares debido a la disminución de la rigidez del techo. En la Figura 7, la carga varía entre 23 y 27 MPa, mientras que en la 13 oscila entre 31,1 y 51, es decir, al variar el módulo elástico del techo de poco más del doble que el de los pilares a aproximadamente la mitad, la presión sobre éstos casi se ha duplicado. Algo similar, incluso más acentuado, se ha producido con las convergencias que han aumentado de 8 a 35 mm. Evidentemente, el aumento de la flexión del techo, consecuencia de su menor rigidez, ha sido la causa

directa del aumento de las cargas. Estos mismos fenómenos se observan comparando las Figuras 9 y 10 con las 15 y 16, correspondientes a la segunda ventana, y algo muy similar sucede en la tercera ventana.

Teniendo en cuenta que la resistencia de los pilares del ejemplo planteado, obtenida al principio de este apartado, es de 84 MPa, se pueden determinar los coeficientes de seguridad en los ejemplos que se acaban de exponer.

En las Figuras 7 y 9 se obtuvieron las cargas sobre los pilares en la ventana central y en la de una esquina de la explotación. En el primer caso las tensiones oscilaban entre 23 y 27 MPa y en el segundo caso entre 18,1 y 25 MPa. Por consiguiente, en todos los casos los coeficientes de seguridad han estado por encima de 3, es decir, más del doble que el coeficiente de seguridad habitual en estos casos. De ello se deduce que los pilares se podrían haber hecho más pequeños sin haber originado problemas de estabilidad en la mina.

Análogas conclusiones pueden extraerse de la Figura 13, en la que se presentan los resultados tensionales en la explotación cuando el techo es menos rígido que los pilares. En este caso, el coeficiente de seguridad desciende en el punto más desfavorable hasta 1,6 , es decir, ligeramente por encima del coeficiente de seguridad mínimo recomendado para el diseño de pilares.

Los estudios anteriormente expuestos ponen claramente de manifiesto la importancia que sobre la carga de los pilares tiene la ubicación de éstos dentro de la explotación y la rigidez relativa de los diferentes elementos de la estructura subterránea, todo ello en el supuesto de que su comportamiento sea elástico.

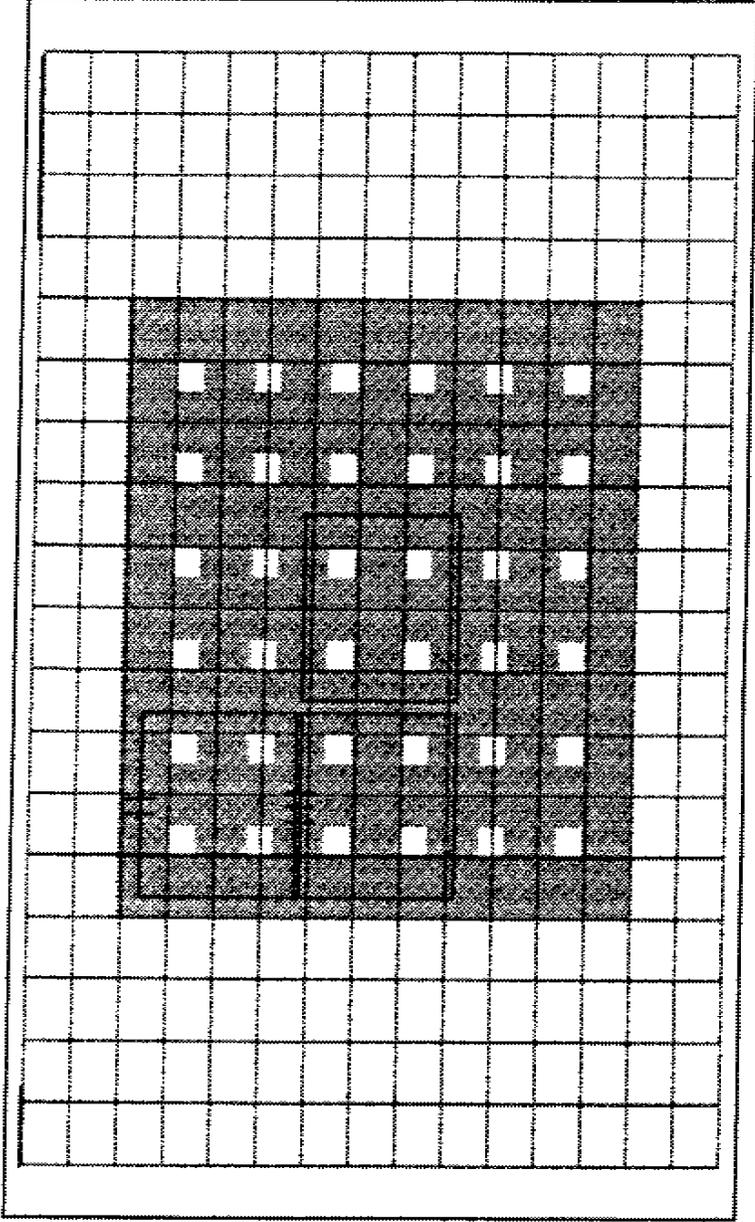
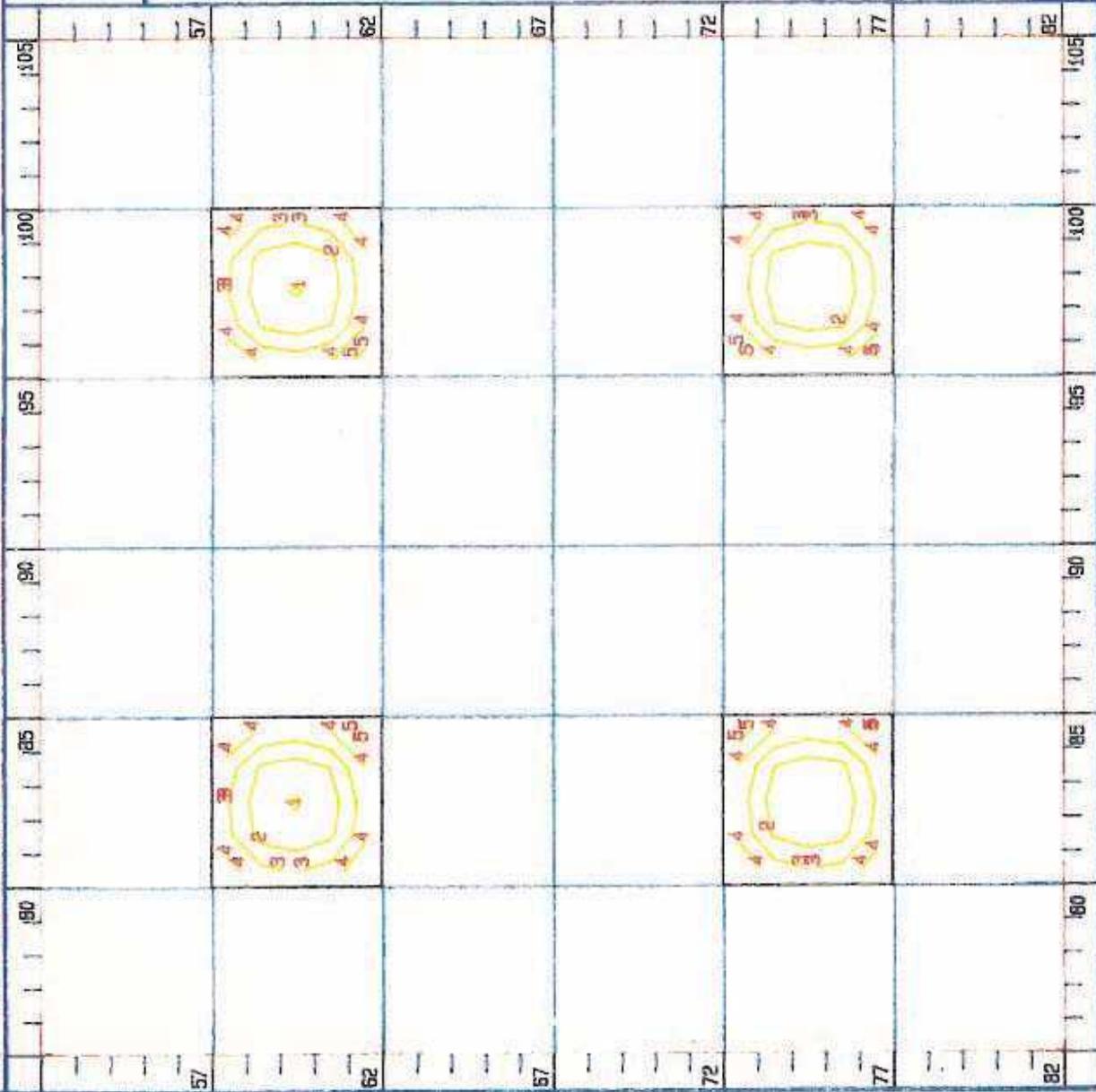


FIGURA 6

MSPOSTA - contour plot of zz-stress (SZZ)

UNIVERSITY OF MARIKINA

JOB TITLE : Prueba de Rigidez con E=50000 MPa



Window Number: 1
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

1	23
2	24
3	25
4	26
5	27

FIGURA 7

ORION RESEARCH INC.

MSPOSTA - contour plot of closure (DZ)

UNIVERSITY OF MICHIGAN

JOB TITLE : prueba de rigidez1 con E=50000 MPa

Window Number: 1
Mining Step Number: 1

LEGEND

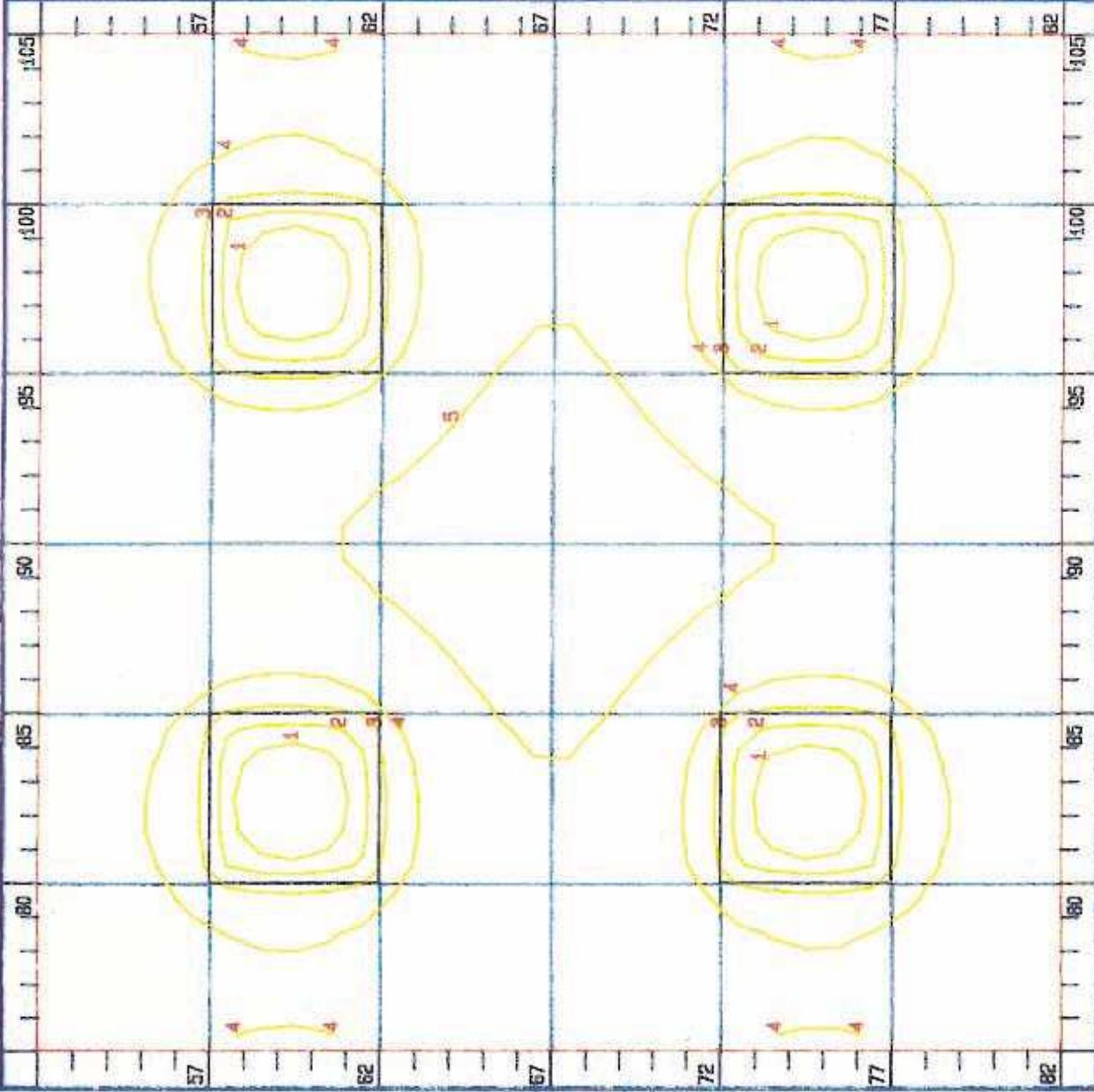
— Mining Geometry

Contour Intervals:

- | | | |
|---|-----|--------|
| 1 | --- | 0.0045 |
| 2 | --- | 0.005 |
| 3 | --- | 0.006 |
| 4 | --- | 0.007 |
| 5 | --- | 0.008 |

FIGURA 8

ORACLE RESEARCH, INC.



MSPOSTA - contour plot of zz-stress (SZZ)

UNIVERSITY OF MARRIHO

JOB TITLE : prueba de rigidez1 con E=50000 MPa

Window Number: 2
Mining Step Number: 1

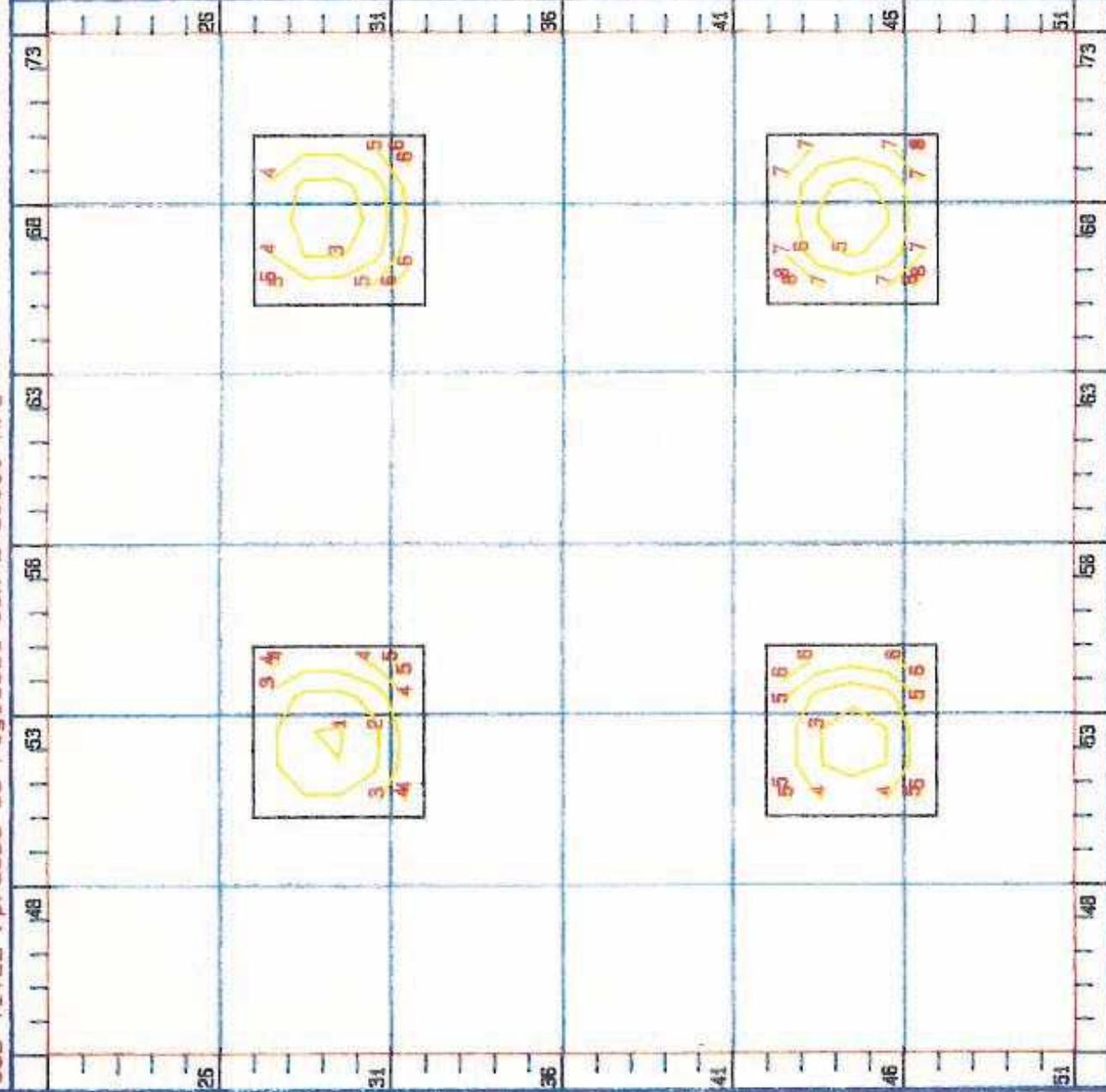
LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

- | | |
|---|------|
| 1 | 18.1 |
| 2 | 19 |
| 3 | 20 |
| 4 | 21 |
| 5 | 22 |
| 6 | 23 |
| 7 | 24 |
| 8 | 25 |

FIGURA 9



CONSULTA TECNICA

MSPOSTA - contour plot of closure (DZ)

UNIVERSITY OF MARIETTA

JOB TITLE : prueba de rigidez con E=50000 MPa

Window Number: 2
Mining Step Number: 1

LEGEND

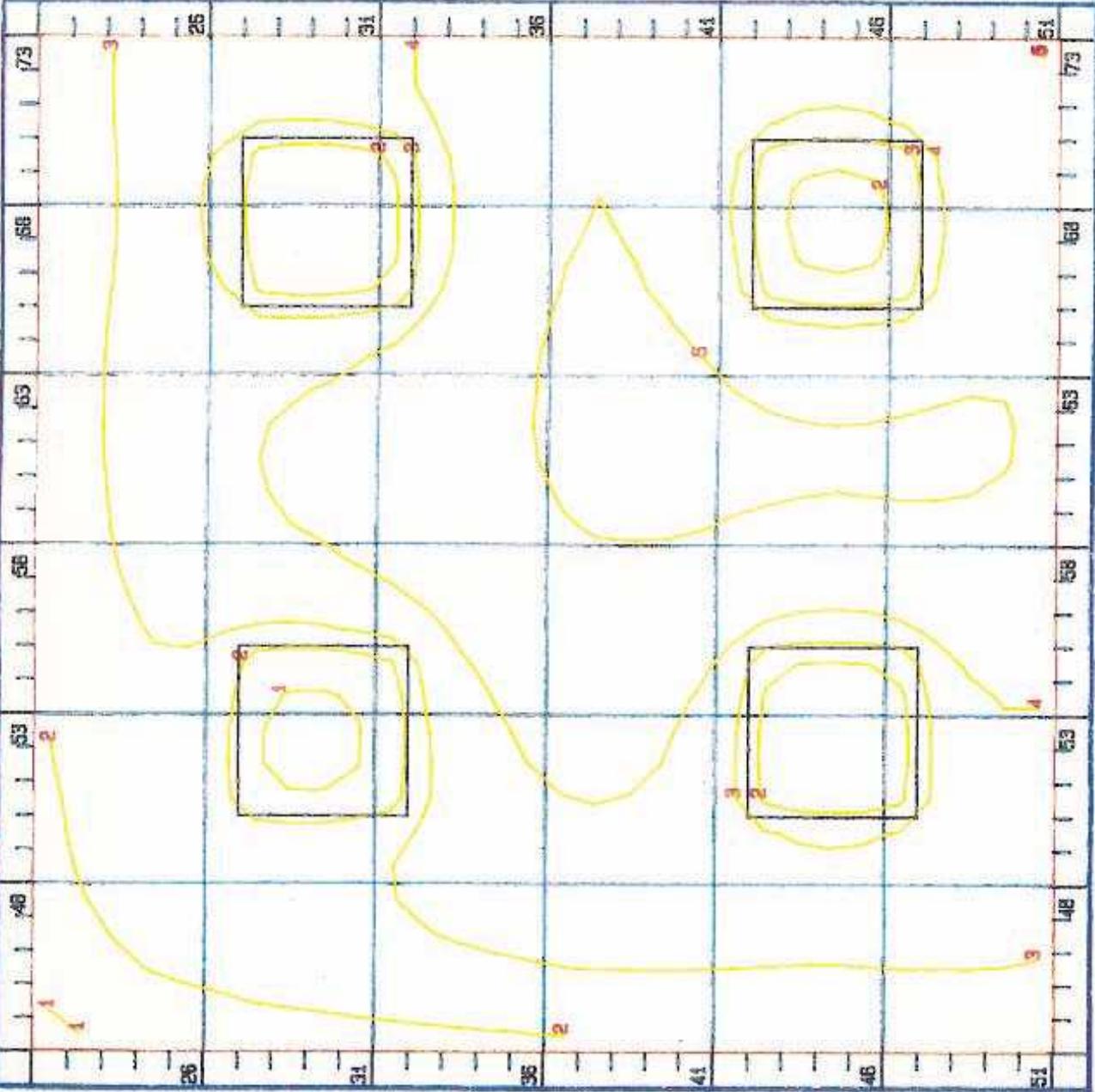
— Mining Geometry

Contour Intervals:

- | | | |
|---|-------|-------|
| 1 | ----- | 0.003 |
| 2 | ----- | 0.004 |
| 3 | ----- | 0.005 |
| 4 | ----- | 0.006 |
| 5 | ----- | 0.007 |

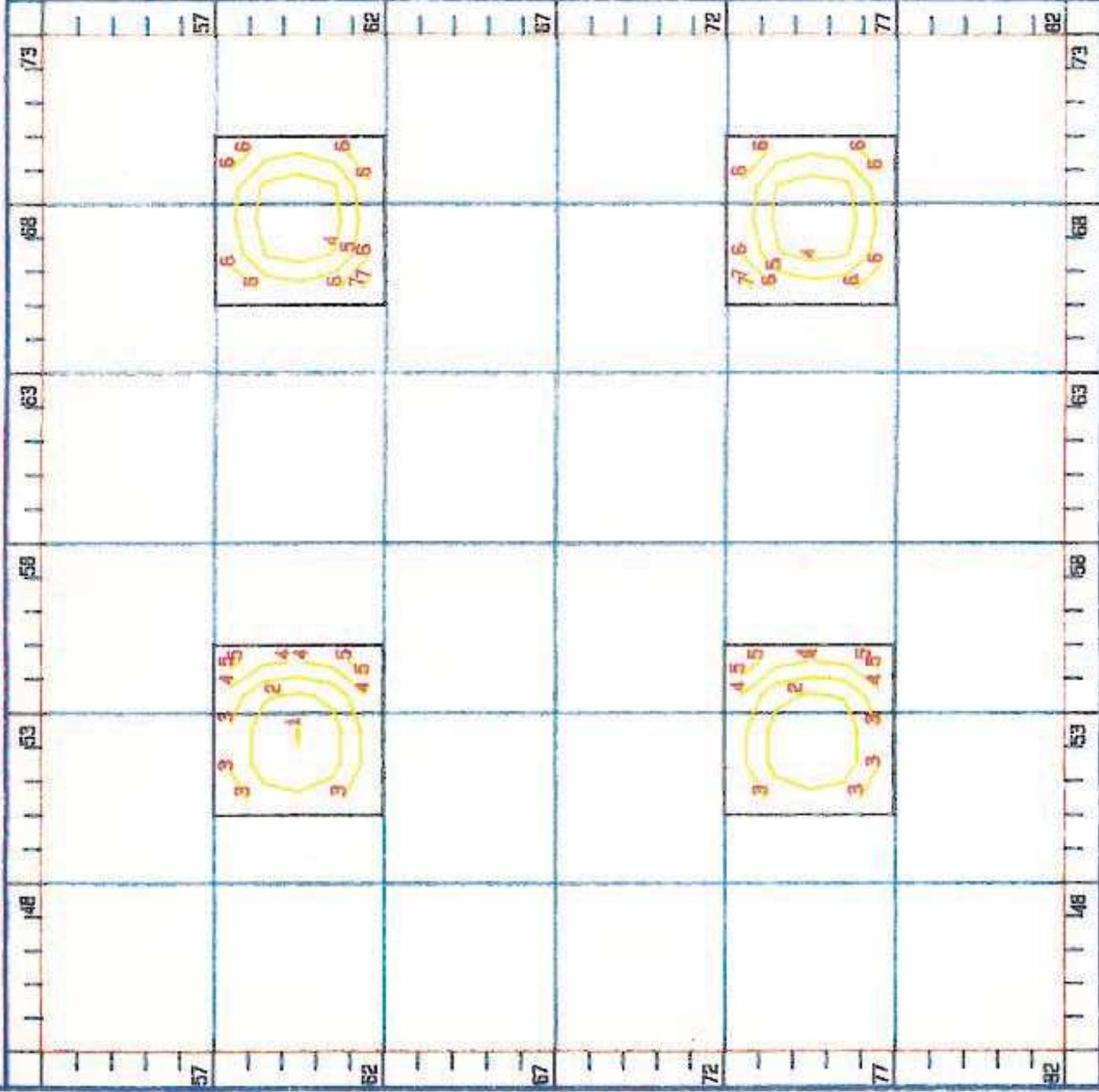
FIGURA 10

CRUNCH RESEARCH INC.



MSPOSTA - contour plot of zz-stress (SZZ)

JOB TITLE : prueba de rigidez1 con E=50000 MPa



Window Number: 3
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

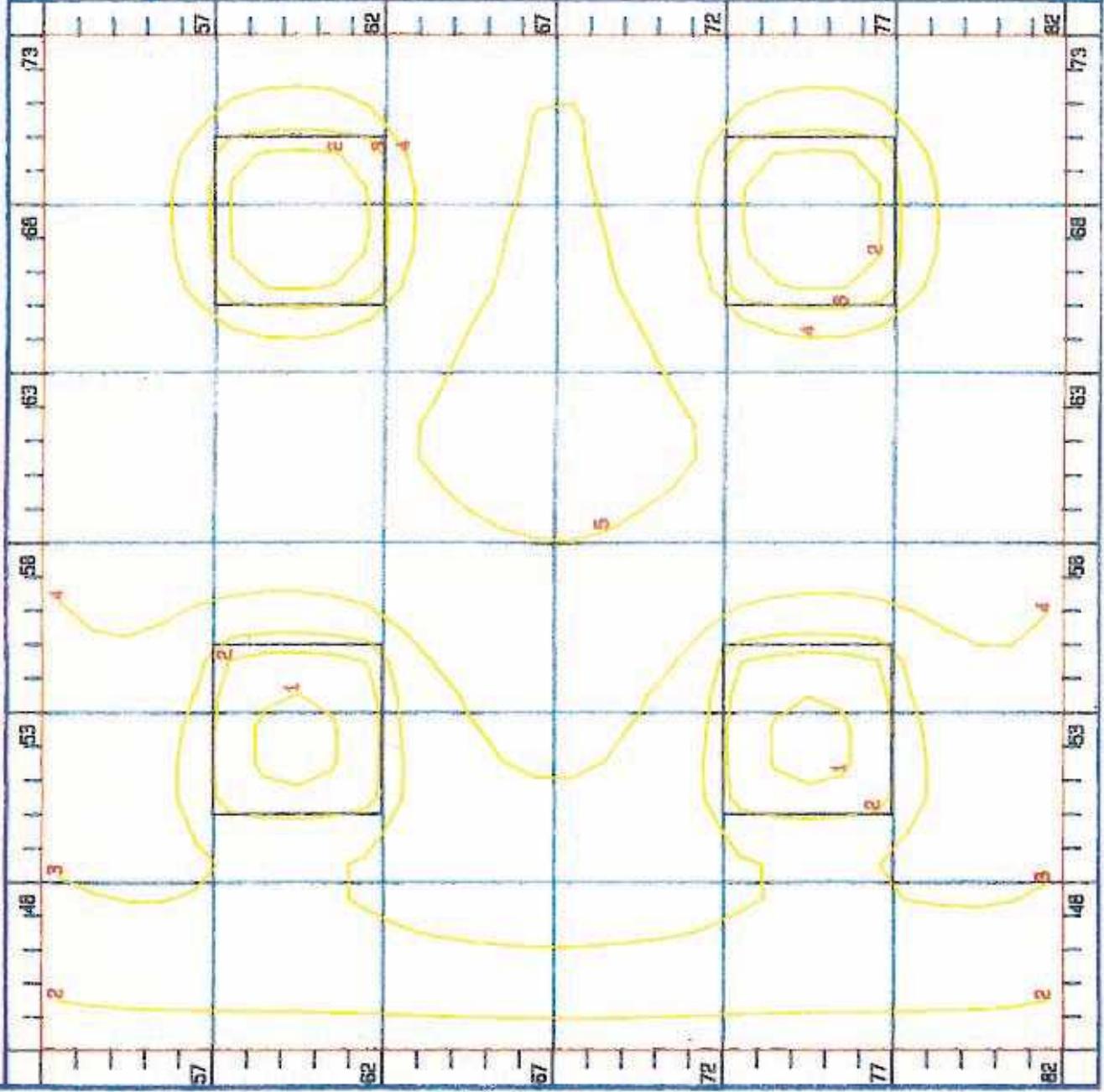
1	20.1
2	21
3	22
4	23
5	24
6	25
7	26

FIGURA 11

MSPOSTA - contour plot of closure (DZ)

UNIVERSITY OF MARIETTA

JOB TITLE : prueba de rigidez1 con E=50000 MPa



Window Number: 3
Mining Step Number: 1

LEGEND

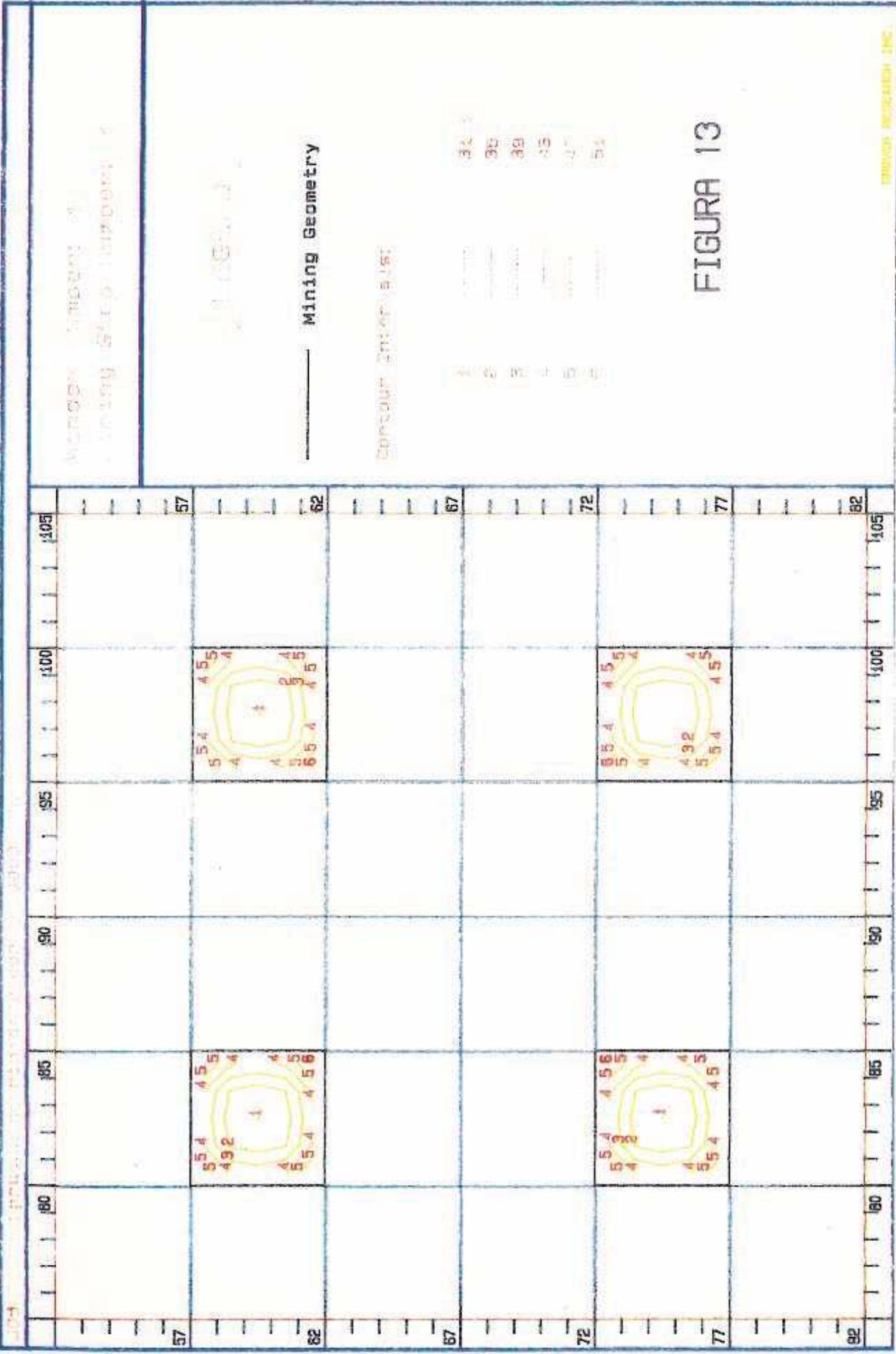
— Mining Geometry

Contour Intervals:

1	0.0035
2	0.0045
3	0.0055
4	0.0065
5	0.0075

FIGURA 12

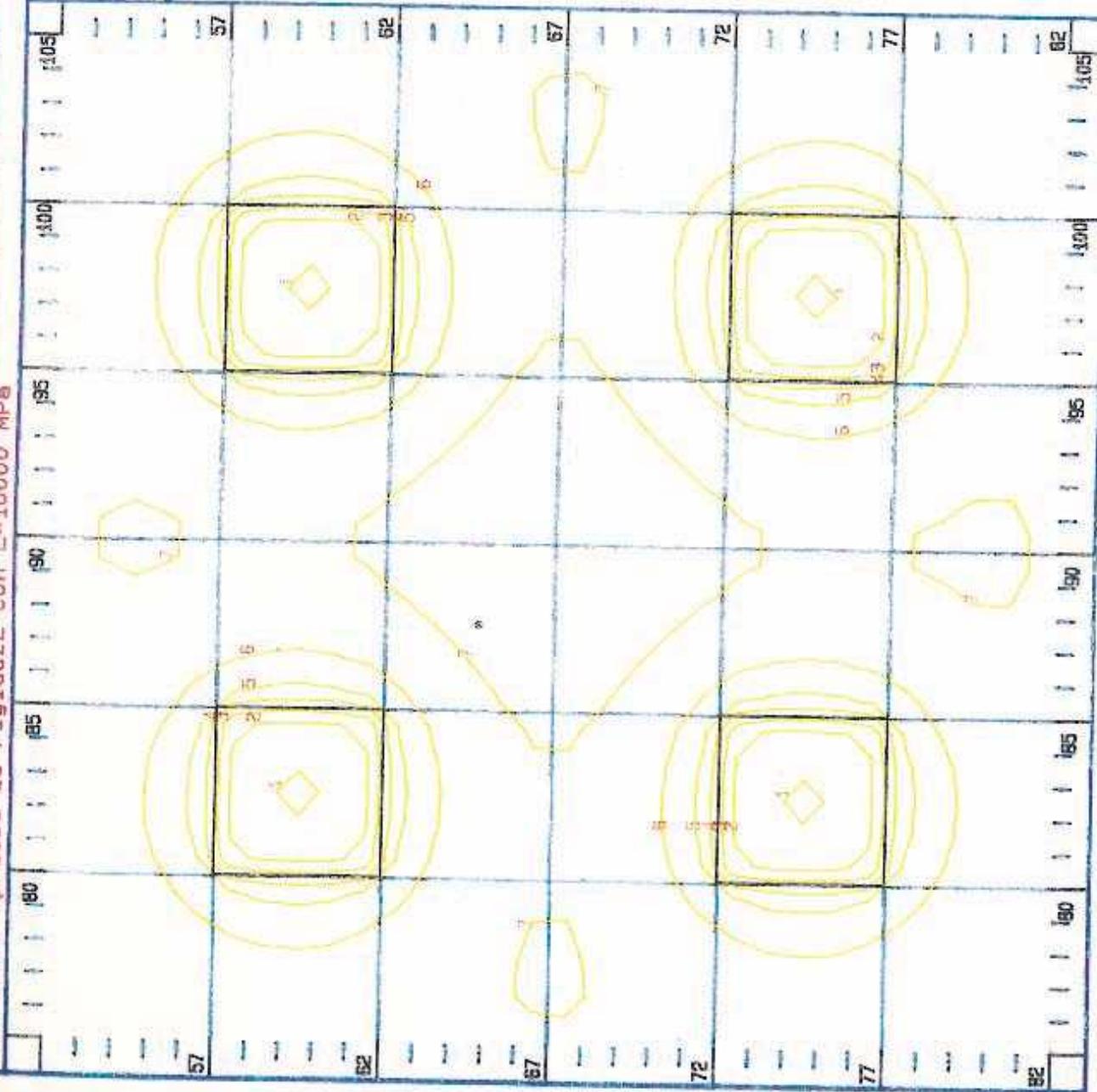
CONTOUR INTERVALS: 0.001



MSPQSTA - contour plot of closure (DZ)

JOB TITLE : prueba de rigidez2 con E=10000 MPa

UNIVERSITY OF MARIQUETIA



Window Number: 1
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

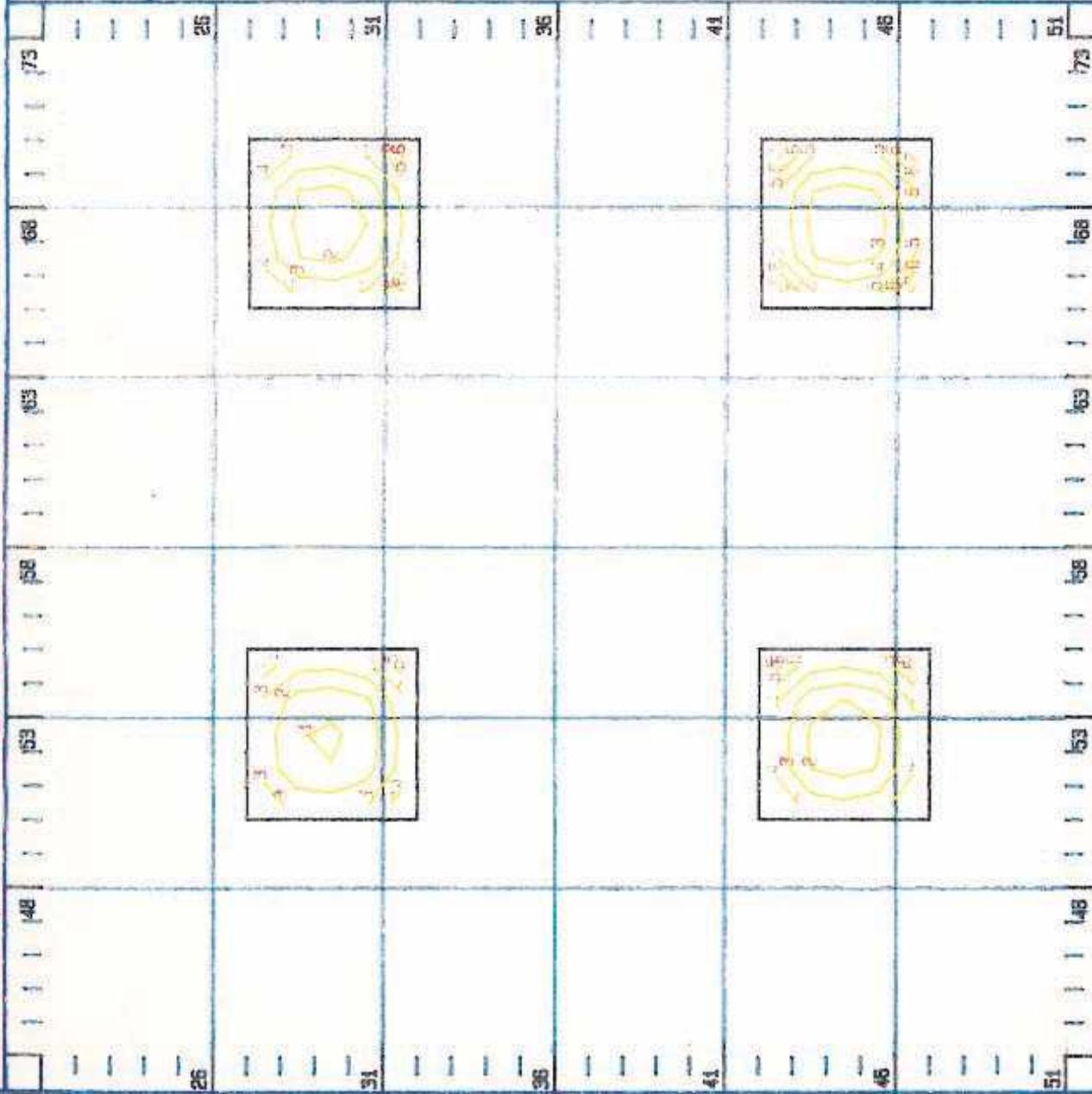
- | | |
|---|--------|
| 1 | 0.0065 |
| 2 | 0.01 |
| 3 | 0.015 |
| 4 | 0.02 |
| 5 | 0.025 |
| 6 | 0.03 |
| 7 | 0.035 |

FIGURA 14

MSPOSTA - contour plot of zz-stress (SZZ)

UNIVERSITY OF HOUSTON

JOB TITLE : prueba de rigidez con E=10000 MPa



Window Number: 2
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

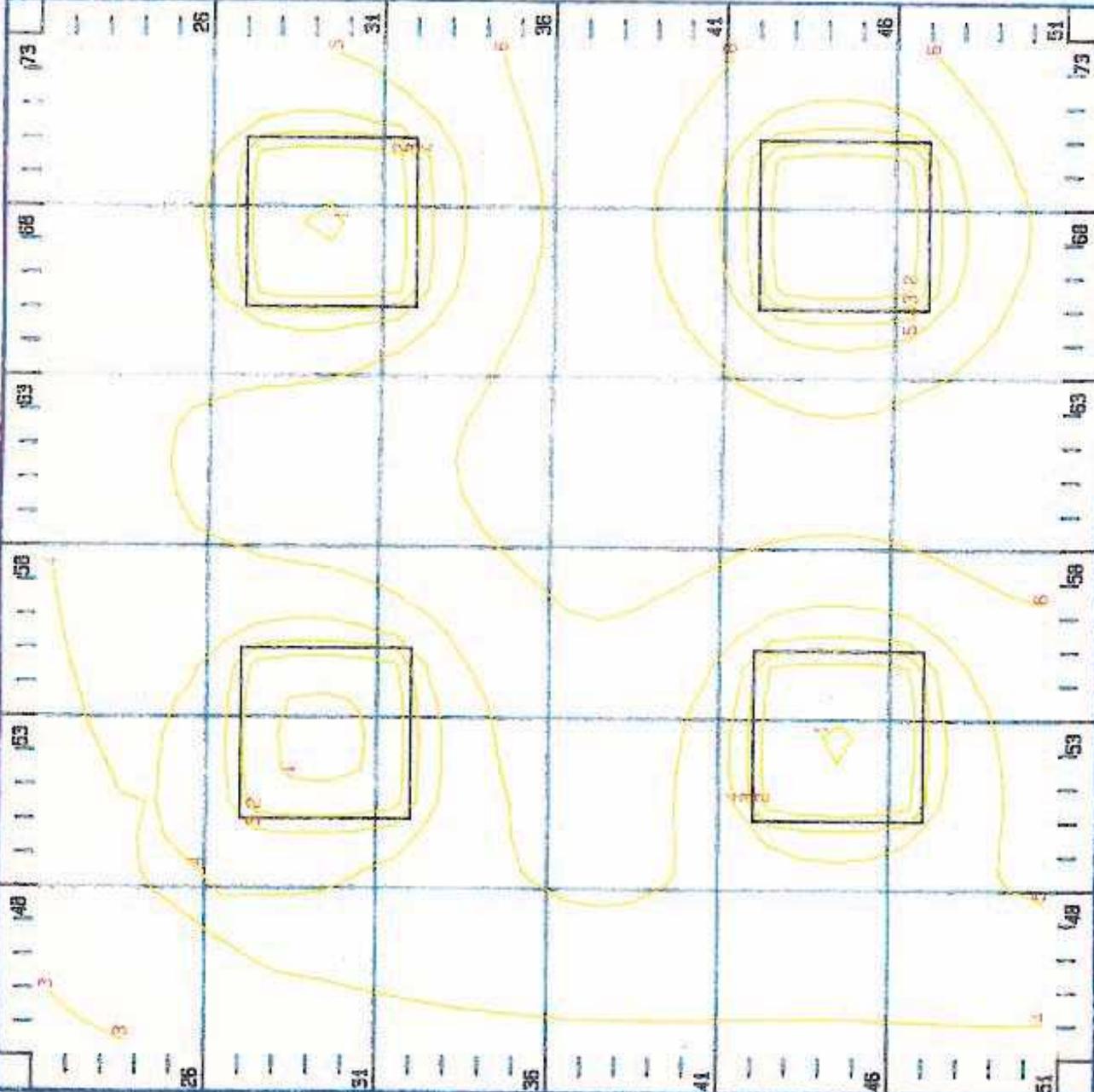
- | | | |
|---|-------|----|
| 1 | ----- | 24 |
| 2 | ----- | 28 |
| 3 | ----- | 32 |
| 4 | ----- | 36 |
| 5 | ----- | 40 |
| 6 | ----- | 43 |
| 7 | ----- | 46 |

FIGURA 15

MSPOSTA - contour plot of closure (DZ)

UNIVERSITY OF MARIETTA

JOB TITLE : prueba de rigidez2 con E=10000 MPa



Window Number: 2
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

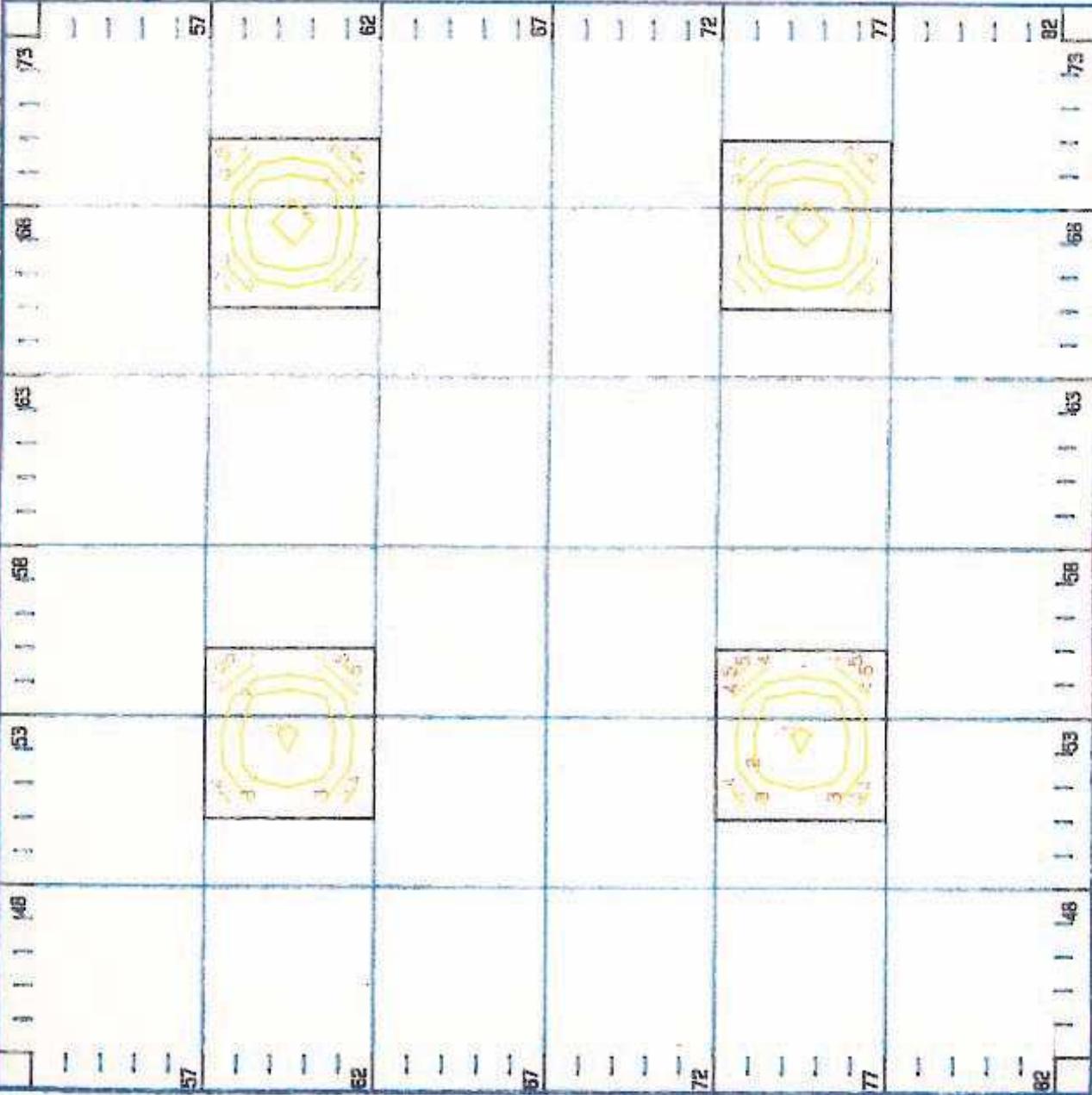
- | | | |
|---|-------|-------|
| 1 | ----- | 0.005 |
| 2 | ----- | 0.01 |
| 3 | ----- | 0.015 |
| 4 | ----- | 0.02 |
| 5 | ----- | 0.025 |
| 6 | ----- | 0.03 |

FIGURA 16

MSPOSTA - contour plot of zz-stress (SZZ)

UNIVERSITY OF MARIETTA

JOB TITLE : prueba de rigidez2 con E=10000 MPa



Window Number: 3
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

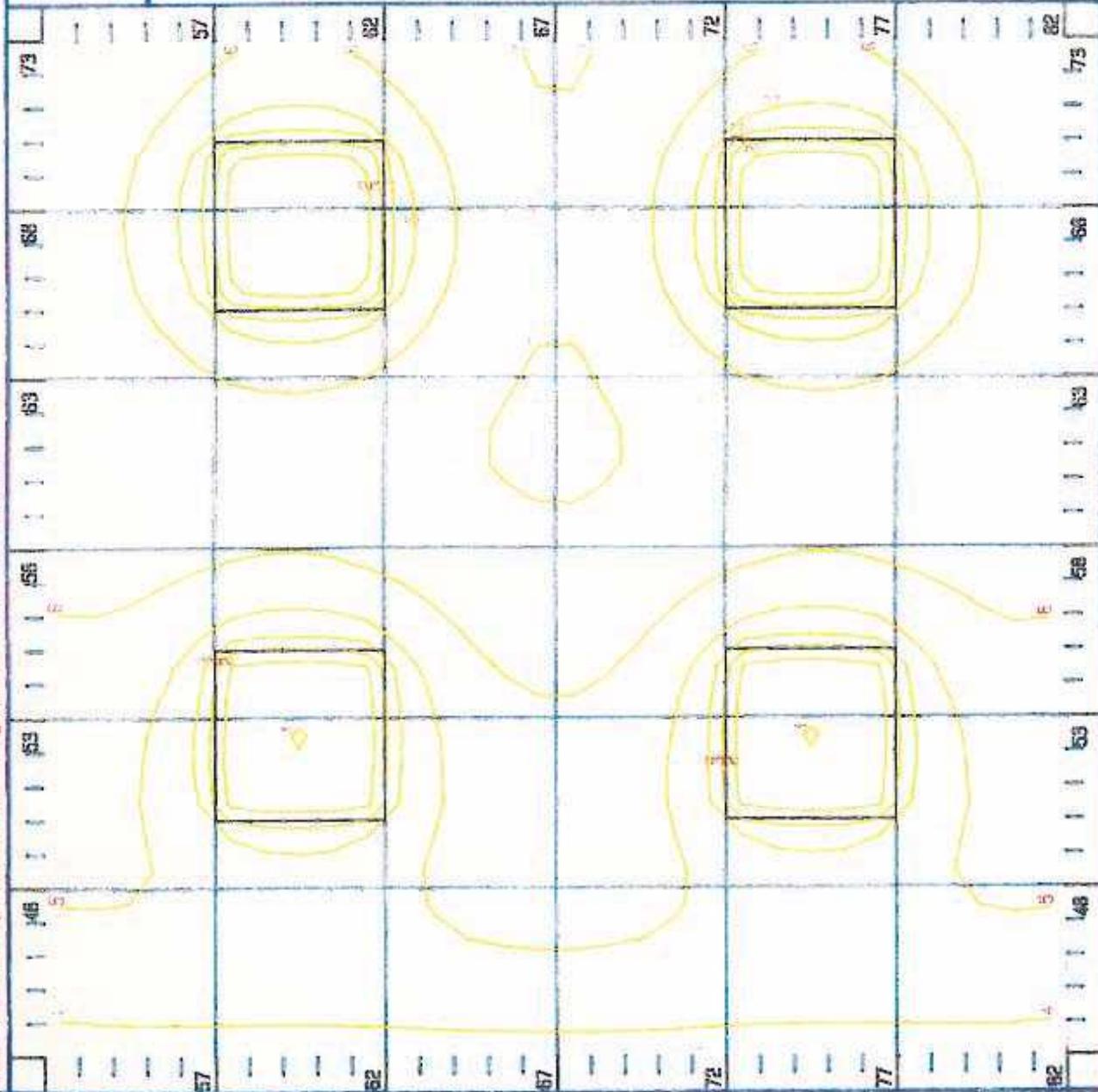
- 1 ----- 27
- 2 ----- 31
- 3 ----- 35
- 4 ----- 39
- 5 ----- 43
- 6 ----- 47

FIGURA 17

MSPOSTA - contour plot of closure (DZ)

UNIVERSITY OF MARIETTA

JOB TITLE : prueba de rigidez2 con E=10000 MPa



Window Number: 3
Mining Step Number: 1

LEGEND

— Mining Geometry

Contour Intervals:

1	---	0.0051
2	---	0.01
3	---	0.015
4	---	0.02
5	---	0.025
6	---	0.03
7	---	0.034

FIGURA 18

ORIENTACION DE LA FIGURA

4. COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS VISCOPLASTICOS. PROGRAMA FLAC.

4.1. Modelos reológicos de las sales.

Los macizos rocosos viscoplásticos son los más difíciles de tratar teóricamente por la complejidad de sus ecuaciones constitutivas. Sin embargo, es necesario solucionar los problemas que se plantean a la hora de diseñar estructuras subterráneas en ellos, pues en España hay varias explotaciones mineras de evaporitas, materiales que presentan un típico comportamiento viscoplástico.

La desviación del comportamiento elástico ideal se refleja en los siguientes hechos:

- Variación no lineal de la deformación con el tiempo, si se mantiene la tensión constante.
- Recuperación no instantánea del volumen inicial al cesar la carga que provocó la deformación.
- Modificación de la tensión con el tiempo al mantener la velocidad de deformación constante.
- Alteración de las propiedades mecánicas del material al variar la tensión aplicada.

La sal es un tipo de material que presenta estas desviaciones con respecto al comportamiento elástico, según las variaciones de temperatura, tiempo y condiciones de carga.

La reología, en relación con la física, estudia la deformación y el flujo de los materiales sometidos a tensiones.

Los diferentes modelos reológicos, aplicables a los macizos salinos, permiten representar y caracterizar el comportamiento de éstos mediante combinaciones lineales de diversos modelos matemáticos.

A continuación se hace una breve descripción de estos modelos.

a) Sólido de Hook perfectamente elástico: es aquel que, sometido a una tensión determinada, experimenta instantáneamente una deformación directamente proporcional a dicha tensión. El coeficiente de proporcionalidad es constante y se llama módulo de Young.

Matemáticamente un sólido de este tipo vendrá representado por la expresión (11):

$$\sigma = E e \quad (11)$$

donde,

σ es la tensión

E es el módulo de Young
 ϵ es la deformación

Un muelle ideal es un ejemplo físico de este comportamiento.

b) Sólido de Newton perfectamente viscoso: es aquel que es capaz de resistir tensiones de cizallamiento directamente proporcionales a la velocidad de deformación.

La expresión matemática para estos materiales es (12):

$$\tau = \mu \dot{\epsilon} \quad (12)$$

siendo,

τ la tensión de corte
 μ el coeficiente de viscosidad
 $\dot{\epsilon}$ la velocidad de deformación

Simbólicamente el comportamiento viscoso puede simularse con un pistón, en cuyo interior disponga de este tipo de material.

c) Sólido perfectamente plástico: es aquel para el que mientras la tensión no sobrepase un cierto valor σ_0 no experimenta ningún tipo de deformación y se deforma de manera permanente cuando alcanza dicho valor.

Este comportamiento es similar al de un bloque apoyado sobre una superficie rugosa, que no se desplazará mientras la fuerza que se le aplique no iguale al valor de la fricción.

- d) Sólido elastoplástico perfecto o de St Venant: es el que posee un comportamiento perfectamente elástico para tensiones inferiores a un valor σ_0 y perfectamente plástico para dicha tensión.

Puede servir de ejemplo un bloque apoyado sobre una superficie que se intenta mover aplicándole una fuerza mediante un resorte.

- e) Sólido viscoelástico o de Maxwell: puede considerarse constituido por un elemento elástico acoplado en serie con un elemento viscoso. La tensión que actúa sobre ambos es la misma y, por tanto, la deformación total ϵ es la suma de la deformación elástica y la viscosa.

- f) Material firme-viscoso de Kelvin o Voigt: puede representarse por un elemento elástico y uno viscoso asociados en paralelo. La tensión total σ es la suma de la elástica y la viscosa.

Como es sabido, las sales se comportan de manera muy compleja, por lo que no es posible representar mediante un modelo sencillo su relación tensión-deformación. Para ello se recurre a combinar de alguna forma los modelos anteriores, consiguiendo así un modelo complejo que logra aproximarse al comportamiento real.

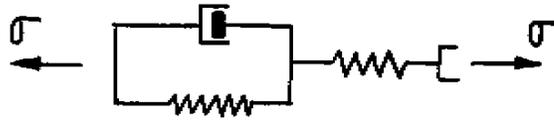
4.2. Modelo de "creep" para las sales.

La sal es un compuesto policristalino que contiene un conjunto de impurezas e imperfecciones, presentándose éstas en los cristales como planos de dislocación. El origen del flujo plástico de la sal se encuentra en el movimiento de las dislocaciones cristalinas y en la creación, migración y cierre de huecos, es decir, se produce como consecuencia de las imperfecciones de la red cristalina. Las dislocaciones y demás imperfecciones de los cristales de sal, aunque no sean capaces de experimentar grandes movimientos, no son completamente inmóviles a tensiones relativamente bajas, inferiores a la de rotura. Esto explica la deformación plástica que sufre la sal.

El creep de la sal se diferencia de la deformación plástica ordinaria de otras rocas en el hecho de que en el creep la activación térmica es un factor importante, mientras que en la deformación ordinaria de las rocas sólo influye para valores suficientemente elevados.

Teniendo en cuenta estudios realizados y basándose en consideraciones de tipo experimental, se han podido establecer un conjunto de leyes constitutivas que tratan de simular el comportamiento de las rocas salinas, consistente en una deformación lenta y continua para tensiones inferiores a la de rotura.

Se puede representar, de manera bastante aproximada, el comportamiento de las rocas salinas mediante un modelo matemático que integra los modelos de Maxwell y Kelvin, según se indica en esquema adjunto.



La curva que muestra la variación de la deformación en función del tiempo se presenta en la Figura 19.

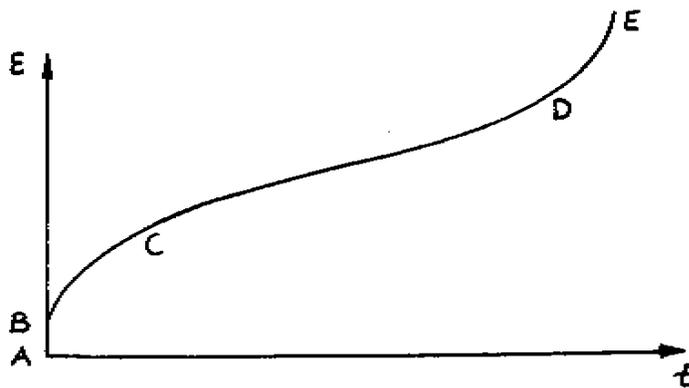


FIGURA 19

Curva deformación tiempo de "creep" de una sal

En esta curva se puede observar una etapa primaria o "creep" transitorio, representado por el tramo BC de la curva. Esta fase se caracteriza porque la velocidad de deformación va disminuyendo con el tiempo.

En el tramo CD correspondiente a la etapa secundaria o de "creep" en régimen permanente, la velocidad de deformación es constante. Esta fase se puede prolongar indefinidamente, o bien, una vez alcanzada una deformación importante, la velocidad de fluencia de la sal puede aumentar de nuevo, entrando en la etapa terciaria o de "creep" acelerado, representada por el tramo DE de la curva, alcanzándose la rotura de la roca al final de este tramo.

Las leyes constitutivas que simulan el comportamiento viscoplástico de la sal se obtienen de forma empírica.

La ecuación de la curva anterior es del tipo:

$$e = e_0 + B \log t + c \cdot t$$

donde,

- e_0 es la deformación elástica
- $B \log t$ es el creep primario
- $c \cdot t$ es el creep secundario

La fase de creep primario, $\beta \log t$, suele ser muy pequeña en las minas y, por ello, puede despreciarse en los tratamientos numéricos.

En el "creep" secundario o de régimen permanente se debe considerar conjuntamente la influencia exponencial de la temperatura y la influencia potencial del estado tensional en la deformación de la sal. Esto da lugar a leyes constitutivas del tipo:

$$\dot{\epsilon} = A \sigma^n \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}$$

donde,

A,n son constantes

ϵ es la deformación efectiva en el "creep" secundario

Q es la energía de activación

R es la constante de Boltzmann

T es la temperatura absoluta.

Normalmente, en explotaciones por cámaras y pilares los gradientes de temperatura no son elevados, por lo que el problema queda reducido a un caso meramente mecánico. Entonces, la ecuación del "creep" viene representada por la siguiente expresión:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot \sigma^n$$

4.3. El código explícito FLAC.

4.3.1. Generalidades.

Este programa de ordenador utiliza el método explícito de diferencias finitas para simular el comportamiento de las estructuras construidas en roca, suelo o cualquier otro material que pueda comportarse plásticamente cuando alcanza el límite elástico.

El modelo se divide en zonas según los distintos materiales que lo componen y éstas a su vez se subdividen en elementos, formando un mallado que es ajustado por el

usuario según la geometría del modelo.

Cada elemento sigue una ley tensión-deformación lineal o no lineal, que responde a las fuerzas aplicadas y a las condiciones de contorno del modelo. Si las presiones son suficientemente elevadas para que el material ceda, la malla se deformará.

Estos cálculos se denominan lagrangianos y son muy apropiados para modelizar grandes distorsiones.

Con el código FLAC se pueden modelizar diversas estructuras, como revestimientos de hormigón en túneles y pernos, los cuales interactúan con el terreno o la roca que les rodea. También se pueden examinar los efectos del terreno o la roca en las estructuras superficiales, así como estudiar las fallas o discontinuidades existentes.

En el programa FLAC existe también la opción de realizar cálculos de "creep", que es la opción utilizada en esta investigación para analizar el comportamiento de explotaciones por cámaras y pilares en macizos viscoplásticos.

En general, los programas numéricos de ordenador emplean dos métodos para resolver las ecuaciones del movimiento. El método implícito, utilizado para dar solución a problemas estáticos, se basa en el cálculo de los valores de las incógnitas de una sola vez, pero a costa de emplear mucha memoria de ordenador. Los métodos explícitos surgen para paliar este inconveniente. Se apoyan en la idea de que para un pequeño intervalo de tiempo cualquier perturbación en un nodo tiene consecuencias sobre los vecinos en un instante posterior.

El programa de ordenador FLAC se plantea como un modelo geomecánico que maneja un método explícito de diferencias finitas para la resolución de los sistemas de ecuaciones.

En los métodos de diferencias finitas se divide el área en estudio en un número de elementos interconectados por sus nodos. En cada nodo se resuelven las ecuaciones del desplazamiento durante cada paso de tiempo, lo cual permite el estudio secuencial del sistema.

El paso del tiempo debe ser escogido cuidadosamente para que no se presente inestabilidad en la solución (el paso de tiempo debe ser menor que el tiempo de propagación del fenómeno entre dos puntos adyacentes del mallado). En el programa FLAC el paso de tiempo está regido por la velocidad del sonido a través de un sólido, y se determina automáticamente para asegurar la estabilidad.

En los problemas estáticos el paso de tiempo no se refiere al concepto de tiempo real y las velocidades se estiman artificialmente para conseguir llegar a la solución. Así, los problemas estáticos se resuelven a través de la amortiguación de una solución dinámica.

Otro aspecto importante del método explícito es que se pueden tratar ecuaciones constitutivas no lineales, no siendo necesarias las iteraciones que pueden dar lugar a errores significativos en la solución.

El ciclo de cálculo que se desarrolla en el FLAC es el siguiente:

En cada nodo se determina el desequilibrio de fuerzas definido por la diferencia de reacciones que éste experimenta entre dos instantes de tiempo. El programa toma como máxima fuerza desequilibrada el valor máximo del desequilibrio de todos los nodos. Las aceleraciones que se producen como consecuencia de este desequilibrio son integradas para cada nodo, determinándose las componentes de la velocidad. A continuación se calculan los desplazamientos de los nodos mediante la integración de las velocidades.

En cada elemento, a partir de las leyes constitutivas tensión-deformación, se determinan las velocidades de deformación considerando las velocidades de los nodos, así como el incremento que sufren las tensiones.

Para cada paso de tiempo las ecuaciones se resuelven en cada nodo, es decir, en un estado de no equilibrio. El valor de la máxima fuerza desequilibrada indica la mayor o menor proximidad al estado de equilibrio.

De cada zona en que se divide el modelo, el programa FLAC proporciona la siguiente información:

- vectores desplazamiento
- isolíneas de desplazamientos verticales
- isolíneas de desplazamientos horizontales
- cargas aplicadas
- dirección y magnitud de las tensiones principales
- isolíneas de tensiones principales máximas
- isolíneas de tensiones principales mínimas

Los resultados numéricos del FLAC se obtienen en listados de ordenador, facilitándose los siguientes resultados en cada nodo:

- desplazamientos verticales
- desplazamientos horizontales
- velocidad vertical
- velocidad horizontal
- tensión principal máxima
- tensión principal mínima.

Para saber el tiempo de estabilidad de las cámaras, se compara la convergencia con la que experimentalmente se sabe que se puede soportar sin que se produzcan desprendimientos en las cámaras.

4.3.2. Aplicación a los problemas de "creep".

La principal diferencia entre el "creep" y otros modelos constitutivos es el concepto de dependencia del tiempo durante la simulación. Para el "creep", el paso de tiempo representa una magnitud real, mientras que para otros modelos constitutivos es una cantidad artificial para llegar al equilibrio. Por tanto, en el "creep" las velocidades tienen un valor real y en otros modelos constituyen simplemente una magnitud ficticia.

En un fenómeno de dependencia del tiempo como es el "creep", el FLAC permite al usuario definir el paso de tiempo con la sentencia:

Flac: SET DT = incremento de tiempo

Por defecto, el paso de tiempo será cero y el programa tratará el modelo como linealmente elástico. Este efecto puede utilizarse para obtener un estado de equilibrio antes de comenzar una simulación de "creep". Las leyes constitutivas hacen uso del tiempo en sus ecuaciones y, por eso, el paso de tiempo afecta a la respuesta.

El FLAC permite mantener, automáticamente, un paso de tiempo pequeño si el desequilibrio de fuerzas supera un cierto valor, y lo aumenta si este desequilibrio disminuye por debajo de una cierta cantidad. La sentencia para ello es:

Flac: SET FOBL=fobl; FOBU=fobu; LMUL=lmul; UMUL=umul;
MAXDT=maxdt; MINDT=minadt

Donde "fobl" es el valor de la máxima fuerza desequilibrada. Si el desequilibrio supera este valor, el incremento de tiempo se divide por "umul". "Fobu" es un valor arbitrario del desequilibrio, de manera que para valores inferiores al paso de tiempo se multiplicará por "lmul". "maxdt" y "mindt" son los extremos superior e inferior del paso de tiempo, respectivamente. Para que esta sentencia sea activa es necesario previamente haber definido el paso de tiempo:

Flac: SET DT = dt

4.3.3. Sentencias de FLAC de uso corriente.

Cuando se comienza una simulación, es frecuente que las deformaciones producidas sean pequeñas comparadas con las dimensiones del mallado. En ese caso no es preciso calcular las nuevas coordenadas de los nodos. Para seleccionar esta opción, bastará indicarlo con la sentencia:

FLAC: SET SMALL

Hay que tener en cuenta que esto supone un mayor tiempo de ejecución y más memoria. Por tanto, sólo debe utilizarse cuando sea necesario.

En el caso contrario, cuando las deformaciones son suficientemente grandes, no pueden despreciarse frente a las coordenadas reales, y tienen que recalcularse. Esto se indica con la sentencia.

Flac: SET LARGE

Si no se especifica nada, el FLAC tomará pequeñas deformaciones por defecto.

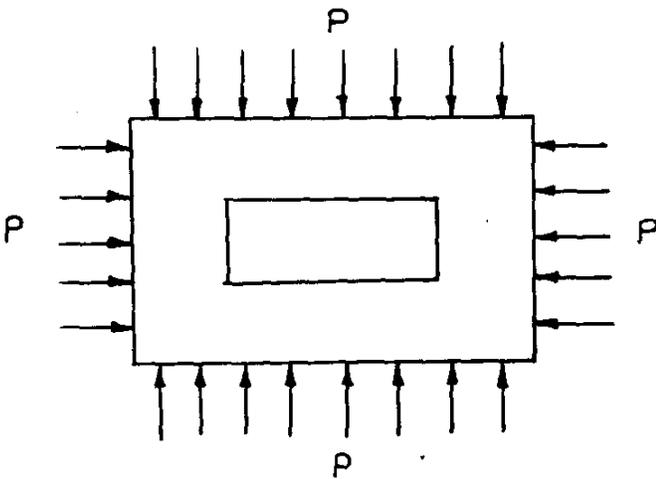
El FLAC trata problemas de deformaciones planas, pero en determinadas ocasiones es necesario definir inicialmente una magnitud tridimensional no geométrica:

Flac: SET P-STRESS

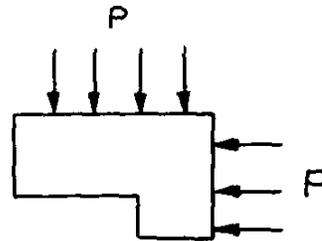
El FLAC tardará más tiempo en llegar a una solución final si existen grandes diferencias entre los elementos o si sus propiedades presentan grandes contrastes.

Interesa simplificar los modelos utilizando las simetrías existentes, lo cual ahorra tiempo y memoria. Estas simetrías pueden ser tanto geométricas como de cargas.

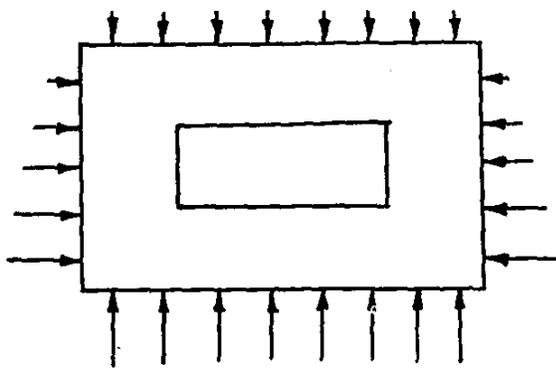
En el modelo de la Figura 20-a con simetría total, se puede tomar la cuarta parte del modelo, (b). Sin embargo, en un modelo sólo con simetría geométrica Figura 20-c, hay que representar la mitad del modelo, (d).



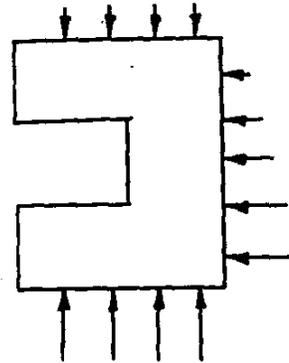
Modelo
(a)



Zona modelizada
(b)



Modelo
(c)



Zona modelizada
(d)

FIGURA 20
Simetrías en los modelos

El FLAC no proporciona el coeficiente de seguridad, por lo que es necesario calcularlo a partir de alguna propiedad que se considere importante.

El control del instante en el que se debe detener la simulación puede realizarse de dos formas, dependiendo de la fase de tratamiento que se esté considerando. En la fase elástica, se considera la solución suficientemente precisa cuando la máxima fuerza desequilibrada alcanza un valor aceptable. Si, por el contrario, se trata de un estado de "creep", el momento de detención es aquel en que las velocidades de deformación alcanzan un valor constante. El FLAC permite obtener curvas que representan la velocidad de deformación en función del tiempo.

4.4. Procedimiento operativo.

4.4.1. Discretización de la zona en estudio.

Para resolver un problema mediante el código FLAC, en primer lugar se divide el área en estudio en elementos cuadrangulares, en los que cada esquina está constituida por un nodo. El mallado se realiza de modo que dos elementos contiguos tengan un lado común.

Cuando las cámaras y los pilares son bastante más largos que anchos, se puede tratar el problema en dos dimensiones.

La dimensión del modelo debe ser suficiente para evitar los efectos de contorno.

La generación del mallado con el FLAC comienza por la definición del número de filas y columnas. Los nodos se numeran con dos dígitos, el primero indica la columna y el segundo la fila. Esto se efectúa mediante el comando GRID. Después, se realiza una discretización por zonas, teniendo en cuenta las dimensiones de las cámaras y pilares. Para ello se utiliza el comando GEN seguido de las coordenadas en metros correspondientes a los cuatro nodos extremos del cuadrilátero que limita cada zona.

La distribución en altura de los elementos se suele realizar de forma que se tenga una mayor precisión en las zonas próximas a las cámaras, por lo que los elementos

inferiores serán de menores dimensiones que los inmediatamente superiores. Esto se expresa en el programa con el comando INITIAL Y = altura del elemento.

En el esquema adjunto se han numerado correlativamente distintas alturas, desde J=1 hasta J=5 en este caso.

alturas		
h_4	_____	J=5
h_3	_____	J=4
h_2	_____	J=3
h_1	_____	J=2
0	_____	J=1

Para establecer simetrías y condiciones de contorno, se impone la restricción de movimientos en una dirección, con el comando FIX.

Por ejemplo:

```
FIX X I=1
FIX Y J=1
```

En el primer caso, se fija el desplazamiento horizontal en X a lo largo del contorno vertical izquierdo del modelo y en el segundo caso se fija el desplazamiento vertical en Y a lo largo del contorno horizontal inferior del modelo.

La carga vertical, que se coloca en la parte superior del modelo, se estima en función de la profundidad a la que se encuentran las cámaras.

4.4.2. Propiedades de los materiales. Sistemas de unidades.

La zona de terreno que se modeliza se puede considerar compuesta por un material homogéneo e isótropo. Las propiedades del material, que es necesario consignar en el modelo, son las siguientes:

Densidad

Módulo de Young

Coefficiente de Poisson

En el FLAC hay que introducir como datos de entrada los módulos cortante S y volumétrico B , los cuales se obtienen como combinación lineal del módulo de Young E y del coeficiente de Poisson μ :

$$S = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

$$B = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$$

Para definir la ecuación constitutiva, se introducen los parámetros A y n , deducidos de medidas de convergencia de galerías y deformación de pilares en explotaciones en formaciones salinas análogas.

Según las experiencias de la Unidad Docente de Mecánica de Rocas en investigaciones llevadas a cabo en explotaciones potásicas subterráneas por cámaras y pilares, los valores de los parámetros A y n obtenidos han sido los siguientes:

A desde $2 \cdot 10^{-22}$ a $4 \cdot 10^{-22}$
n de 2,7 a 2,8

La sentencia de FLAC que define las propiedades del material viene dada por:

Flac: PROP A_1 = 4e-22 N_1 = 2,7 S = B = D =

Varios son los sistemas de unidades de los que se puede hacer uso en el FLAC. Este programa acepta cualquier sistema de unidades siempre que sea consistente, ya que no se realiza ninguna conversión interna.

Constituye una excepción el caso de modelos en los que se plantea el fenómeno de "creep", ya que interviene el tiempo real. Al tratarse de fenómenos relativamente largos, la unidad a emplear es el año. Como consecuencia, siempre que se manejen velocidades durante la fluencia viscosa, éstas vendrán expresadas en $m \cdot \text{año}^{-1}$.

Cuando se manejan consecutivamente un modelo elástico perfecto y un modelo viscoso como el de Norton, en el primer caso las velocidades son ficticias y en el modelo viscoso son reales.

El convenio de signos empleado en la notación del FLAC en sentido positivo es el siguiente:

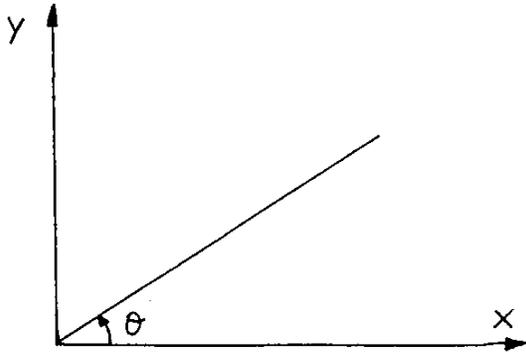


FIGURA 21
Convenio de signos

En cuanto a las presiones, las compresiones se toman negativas y las tracciones positivas.

4.4.3. Vaciado de cámaras.

Previamente al vaciado de cámaras y una vez introducidas en el modelo las simetrías, propiedades de contorno y propiedades de los materiales, se pone en marcha el programa un número limitado de pasos hasta llegar al equilibrio inicial; este se supone que se alcanza cuando la máxima fuerza desequilibrada es inferior a un valor prefijado.

En algunas ocasiones, cuando se conoce bien la distribución inicial de cargas, no es necesaria la estabilización del modelo, por lo cual se procede directamente al vaciado de cámaras.

El vaciado de cámaras se realiza anulando los elementos que corresponden a huecos con la sentencia:

Flac: MODEL NULL

Por ejemplo, MODEL NULL J=1 I=9,16

Esta sentencia anula los elementos de la primera fila cuyas columnas van de la 9 a la 16, ambas inclusive.

Una vez realizado el vaciado de cámaras en el modelo, se somete éste a un número de pasos.

La sentencia que se utiliza es la siguiente:

```
SOLVE FORCE=1e2 CLOCK=5 STEP=500
```

Esta es la sentencia por defecto, que indica que el programa finalizará cuando la máxima fuerza desequilibrada sea inferior a 100 N, o bien al cabo de 5 minutos desde el comienzo de la ejecución del programa, o al cabo de 500 pasos.

Los anteriores valores son los que toma el programa por defecto, pudiendo ser modificados por el usuario.

4.4.4. Método de cálculo basado en la estimación de la rigidez del recubrimiento.

Este método de cálculo es un procedimiento artificial con el que se consigue modelizar la explotación sin necesidad de hacer un mallado hasta superficie. Su aplicación puede resultar interesante cuando coexisten en el modelo un comportamiento elastoplástico de los terrenos de recubrimiento de la explotación, con un comportamiento viscoplástico de la zona explotada por cámaras y pilares.

En las primeras versiones del FLAC no era posible combinar comportamientos elastoplásticos y viscoplásticos en el mismo modelo. De aquí nació la idea planteada en este método de cálculo.

En primer lugar, se estima la carga de los terrenos suprayacentes a la explotación. A continuación, se resuelve el problema en dos situaciones extremas: considerando el recubrimiento totalmente deformable y totalmente rígido. Por último, se resuelve una situación intermedia.

a) Recubrimiento totalmente deformable.

En este caso, el terreno reparte su peso uniformemente sobre la frontera superior del modelo. Como normalmente el modelo suele presentar una altura insignificante en comparación con la profundidad a la que se encuentra, se supone que la tensión inicial en el terreno es igual a la presión de recubrimiento, siendo despreciable la variación de presiones entre la cota superior e inferior del modelo.

La presión del recubrimiento se toma igual al peso del terreno por unidad de área, a la profundidad considerada.

Inicialmente, el equilibrio se alcanza proporcionando al modelo un número de pasos hasta conseguir que la fuerza desequilibrada sea despreciable, tratando el terreno como si fuera elástico. A continuación, se comienza la simulación del "creep" introduciendo el paso de tiempo inicial:

$$\text{Flac: SET DT} = 1 \text{ e}^{-4}$$

Este valor del paso de tiempo inicial se ha dado a título orientativo. Se debe elegir un valor suficientemente bajo para que el incremento de las tensiones dependientes del tiempo no sea muy grande comparado con el incremento de las deformaciones dependientes de las tensiones. En caso contrario, el desequilibrio de fuerzas será muy grande y los efectos de inercia afectarán a la solución. Sin embargo, hay que tener presente que un paso de tiempo excesivamente bajo, prolonga innecesariamente el tiempo de cálculo de ordenador.

El control de convergencia del modelo se obtiene por ejemplo con la sentencia:

```
Flac: SET FOBL=1e4; FOBU=1e20; LMUL=1; UMUL=1;  
MAXDT=100; MINDT=0
```

La expresión anterior indica que si el desequilibrio de fuerzas está por debajo de 10^4 Newtons, el paso del tiempo se dividirá entre 2. El resto de valores tienen únicamente

carácter formal para la sintaxis del FLAC, puesto que nunca se alcanzan desequilibrios de 10^{20} N. El significado de las sentencia se explicó al final del apartado 4.3.2.

Para poder apreciar el momento en que se entra en el "creep" secundario, se almacenan las historias de las velocidades de desplazamiento del centro del techo de las cámaras y de los puntos a mitad de altura de los hastiales, que son los puntos que sufren un mayor desplazamiento.

b) Recubrimiento totalmente rígido.

En este caso se aplica en la frontera superior del modelo una velocidad constante obtenida como media de las calculadas con la hipótesis anterior de recubrimiento totalmente deformable.

Como el tiempo de creep primario es tan sólo de minutos o de pocas horas, se puede considerar despreciable frente al del "creep" secundario y suponer que todo el desplazamiento se produce en esta última fase.

En esta hipótesis no se aplica carga sobre la frontera superior y se fija su velocidad de descenso añadiendo la condición de que la coordenada "y" sea en cada instante igual en todos sus puntos.

Por ejemplo:

Flac: FIX Y J=9
INITIAL YVELOCITY=valor

También es necesario inicializar las tensiones, como en el caso anterior, y considerar una fase elástica y un plástica.

Cuando se alcanza el "creep" secundario, hay que analizar las reacciones sobre la frontera y deducir las presiones resultantes.

c) Recubrimiento semi-rígido.

En una última pasada con el FLAC, se aplica una distribución de cargas media entre el caso del recubrimiento totalmente deformable y el caso rígido. Estas presiones se introducen con la sentencia:

Flac: APPLY PRESS=valor

4.5. Instrucciones de manejo del programa FLAC y presentación de los resultados.

Ejemplos prácticos.

Los pasos a seguir en el manejo del programa FLAC son los siguientes:

- a. Definición de la malla cuadrada o paralelepédica a la cual se dará su geometría real más tarde, utilizando el comando MODEL NULL según se indicó anteriormente, que simula la excavación de una parte del dominio.

- b. Introducción de las propiedades de los materiales y establecimiento de las condiciones iniciales y límite.

- c. Con el objetivo de llegar a un equilibrio inicial con un estado tensional del terreno que se aproxime al real, se fija una cohesión ficticia muy elevada (para impedir la rotura de los pilares) y se ejecuta el cálculo hasta alcanzar ese primer estado de equilibrio.

Se puede comprobar que efectivamente se ha alcanzado este equilibrio cuando la mayor fuerza desequilibrada sea suficientemente pequeña, por ejemplo inferior a 100 N, momento en el que además todos los nodos del mallado habrán dejado de desplazarse o tendrán una velocidad despreciable.

Si se conociera con precisión el estado tensional del terreno, cosa que no suele ocurrir, esta etapa se puede pasar por alto.

- d. Una vez alcanzado el equilibrio, se introducirán los verdaderos valores de la cohesión y se volverá a ejecutar el cálculo. Al final se podrá ver si el modelo evoluciona hacia la estabilidad o si los pilares se plastifican.

Para poder conocer y controlar la evolución del modelo, el programa FLAC ofrece las

siguientes salidas:

1. Historia de la mayor fuerza desequilibrada en el dominio analizado. Esta fuerza va a tender a cero cuando la explotación por cámaras y pilares sea estable. Sin embargo, cuando se produzca fluencia de un material, éste puede estar fluyendo en estado plástico aún siendo esta fuerza prácticamente nula, incluso en el caso de inestabilidad. Por ello, hay que poner especial atención a la hora de interpretar este tipo de situaciones.
2. Historia de desplazamientos y velocidades de ciertos puntos significativos de la explotación por cámaras y pilares. Cuando estos desplazamientos presenten una tendencia manifiesta y continua a aumentar (durante un número suficientemente grande de pasos) la explotación terminará por colapsar, siendo estable en caso contrario.
3. Geometría de la malla en un momento determinado en comparación con la geometría inicial. Según se indicó anteriormente, el programa FLAC se basa en un esquema de cálculo "lagrangiano" en el que los nodos del mallado se desplazan solidariamente con los materiales. Este tipo de salida permite observar las variaciones de la geometría del modelo. En el caso de que la malla se haya movido se podrá comprobar si dicho cambio se debe a una inestabilidad general de la explotación o a que hayan tenido lugar pequeños asentamientos debido a la evolución dinámica del macizo a partir del equilibrio inicial.
4. Diagrama de los vectores desplazamiento de los nodos del mallado. En este tipo de salida, el FLAC no proporciona velocidades absolutas. De hecho, las velocidades vienen definidas por los desplazamientos respecto al paso de tiempo y por

consiguiente, están medidas en metros/paso de tiempo y no en m/s.

Este diagrama es muy significativo en el caso de que se alcance un equilibrio estable, ya que por una parte el orden de magnitud de las velocidades será muy pequeño y por otra el conjunto de vectores de desplazamiento presentará un desorden casi caótico en lo que se refiere a sus direcciones.

5. Estado de plasticidad del macizo.

Esta salida es de las más ilustrativas para reconocer las inestabilidades en los pilares o en los techos de las cámaras. Sin embargo, hay que tener en cuenta que a veces los pilares se plastifican algo en zonas próximas a sus bordes, ya que se encuentran en un estado tensional biaxial a diferencia del alma del pilar que está sometida a un estado tensional triaxial. Además, en los primeros pasos del cálculo al ejecutar el programa, aparecen fuerzas muy grandes desequilibradas que obligan al terreno a plastificar durante breves instantes.

6. Distribución de los desplazamientos en las direcciones X e Y dentro del dominio estudiado. La distribución de estos valores obtenida mediante el FLAC permite observar la evolución de la explotación, así como los valores de los desplazamientos para ver si son admisibles.

7. Distribución de las velocidades en las direcciones X e Y.

A continuación se presentan dos casos prácticos resueltos con el programa FLAC. El

primero de ellos se ha resuelto utilizando el procedimiento habitual descrito en los apartados 4.4.1 a 4.4.3. En el segundo ejemplo se utiliza el método de cálculo planteado en el apartado 4.4.4.

4.5.1. Primer caso práctico resuelto con el programa FLAC.

En el ejemplo que se presenta a continuación, se ha modelizado una explotación minera consistente en paneles de cinco cámaras separados por pilares barrera. Al igual que en el caso anterior, los paneles tienen una anchura de 71 m y los pilares son de 29 m. Como la longitud de ambos es muy superior a su anchura, el análisis tensodeformacional de esta estructura se puede hacer en dos dimensiones y en deformaciones planas.

Cada panel contiene 5 cámaras de 11,5 m de ancho separadas por pequeños pilares deformables de 3 m. La altura de los huecos, que coinciden con la potencia de la capa, es de 3,6 m.

El paquete de materiales evaporíticos tiene aproximadamente 31 m de potencia y casi en el centro del mismo se ubica la estructura minera anteriormente descrita. Por encima del yacimiento existen materiales detríticos, con contenidos variables de margas y areniscas, en los que se han diferenciado cuatro paquetes de propiedades mecánicas distintas. De ellos el que está directamente sobre el paquete potásico consiste en intercálaciones de halita y margas, cuyo contenido salino va disminuyendo a medida que se asciende en la serie. A muro del yacimiento se encuentra un paquete margoso muy potente.

Las evaporitas se han modelizado como materiales viscoplásticos y los cuatro paquetes de techo como materiales elastoplásticos, cada uno con sus propiedades. El muro se ha supuesto elástico por estar menos afectado por la explotación.

El borde superior del modelo es la superficie del terreno. El límite inferior se ha colocado a 100 m por debajo de la explotación minera y, como se supone que los efectos de la misma no llegarán a tanta profundidad, se ha fijado completamente. El borde derecho coincide con el eje de simetría de una explotación de cinco paneles, es decir, el modelo sólo incluye dos paneles y medio; este borde se ha fijado únicamente en dirección horizontal. En cuanto al límite izquierdo, se ha colocado a 260 m del primer panel para estudiar el comportamiento del terreno en la zona de influencia de la excavación; este borde se ha fijado en ambas direcciones por estimar que no será afectado.

Se ha supuesto que inicialmente el estado tensional de los macizos rocosos era isótropo y que las tensiones verticales son iguales a la presión litostática.

El modelo se ha procesado en el ordenador mediante el código FLAC y se ha simulado el paso del tiempo hasta aproximadamente 1.000 años desde la apertura de los huecos, momento en el cual algunas cámaras estaban ya prácticamente cerradas y sus velocidades de deformación vertical eran casi nulas, del orden de 10^{-3} mm/día.

En la Figura 22 se presenta la distribución de tensiones verticales y en ella se pueden observar las concentraciones que se producen en los pilares barrera y en el borde virgen de la explotación. Las tensiones horizontales se muestran en la Figura 23, siendo de destacar en ella el efecto arco que se produce sobre los huecos mineros, que consiste en la formación de una zona relajada por debajo del arco con transferencia de tensiones

a los bordes de la explotación.

El descenso de la superficie al cabo de 1.000 años se presenta en la Figura 24 en la cual se observará que tiene la típica forma de cubeta y alcanza un valor de 1,3 m, algo más que 1/3 de la potencia explotada. Una representación de los desplazamientos verticales de todo el modelo se puede ver en la Figura 25.

Las Figuras 26 y 27 muestran las velocidades de desplazamiento de puntos de los techos de las cámaras. La primera corresponde al tiempo total modelizado, es decir, 1.000 años, y en ella se puede ver que la velocidad tiende finalmente al pequeño valor anteriormente mencionado. Un detalle referente a los cuatro primeros años después de la apertura de las cámaras se presenta en la Figura 27. En ambas se observará que la velocidad va disminuyendo con el tiempo.

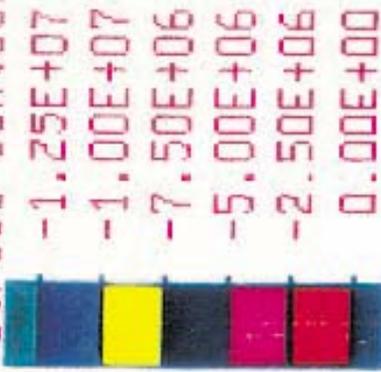
Las Figuras 28, 29 y 30 muestran la evolución de los movimientos de puntos situados en la bóveda, la solera y los hastiales de las cámaras respectivamente. El máximo desplazamiento corresponde a la bóveda y alcanza una magnitud del orden de 1,6 m al cabo de 1.000 años.

En las Figuras 31 y 32, se presentan los movimientos en el campo próximo de la mina. En la primera de ellas se observan los vectores desplazamiento en una cámara ya casi completamente cerrada, en la que el techo es lo que más se ha movido. En la Figura 32 se muestran los desplazamientos verticales, siendo de destacar el débil ascenso del muro y la pequeña deformación de los pilares barrera.

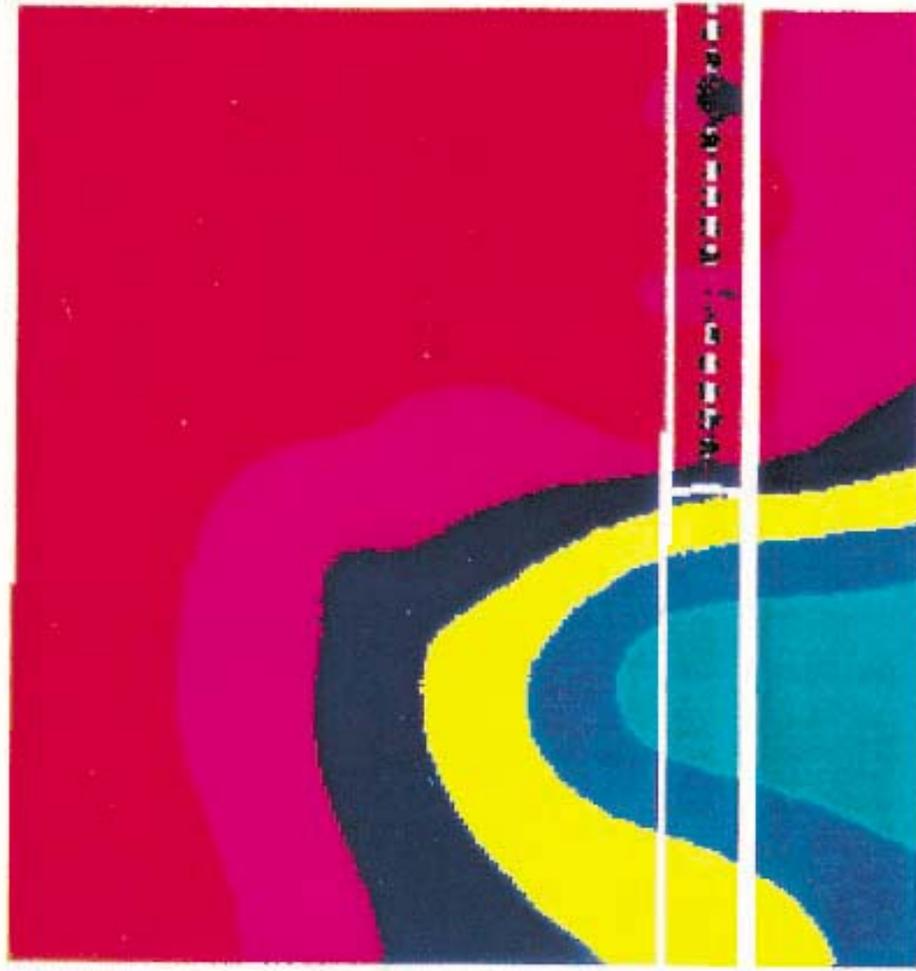
FLAC 3.03

Step 72000

YY-stress contours



Contour interval= 2.50E+06



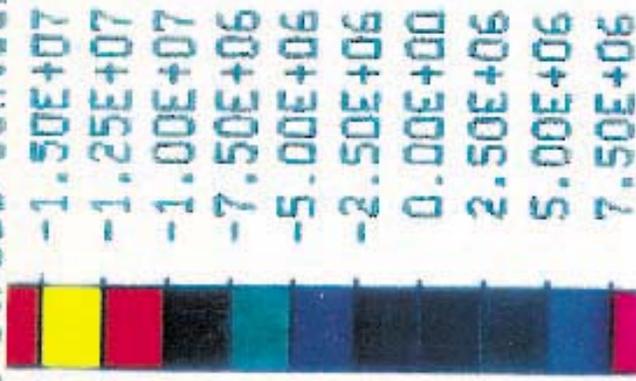
DISTRIBUCION DE TENSIONES VERTICALES

FIGURA 22

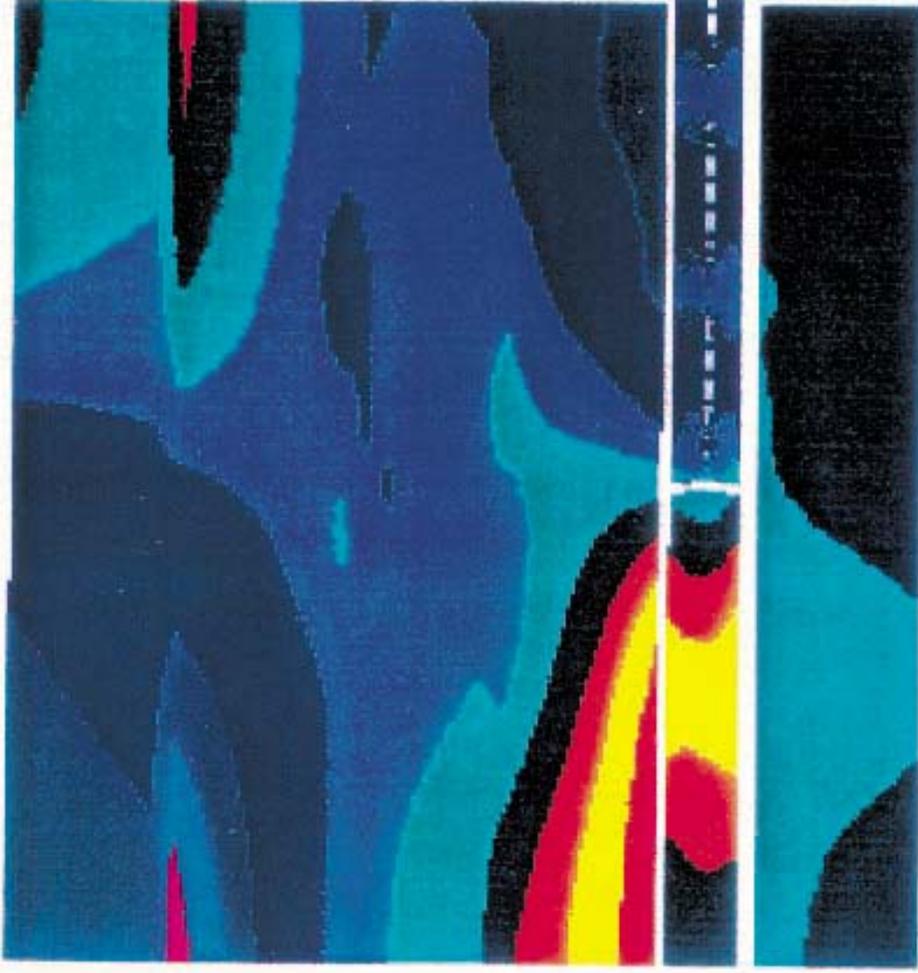
FLAC 3.03

Step 72000

XX-stress contours



Contour interval= 2.50E+06



DISTRIBUCION DE TENSIONES HORIZONTALES

FIGURA 23

FLAC 3.03

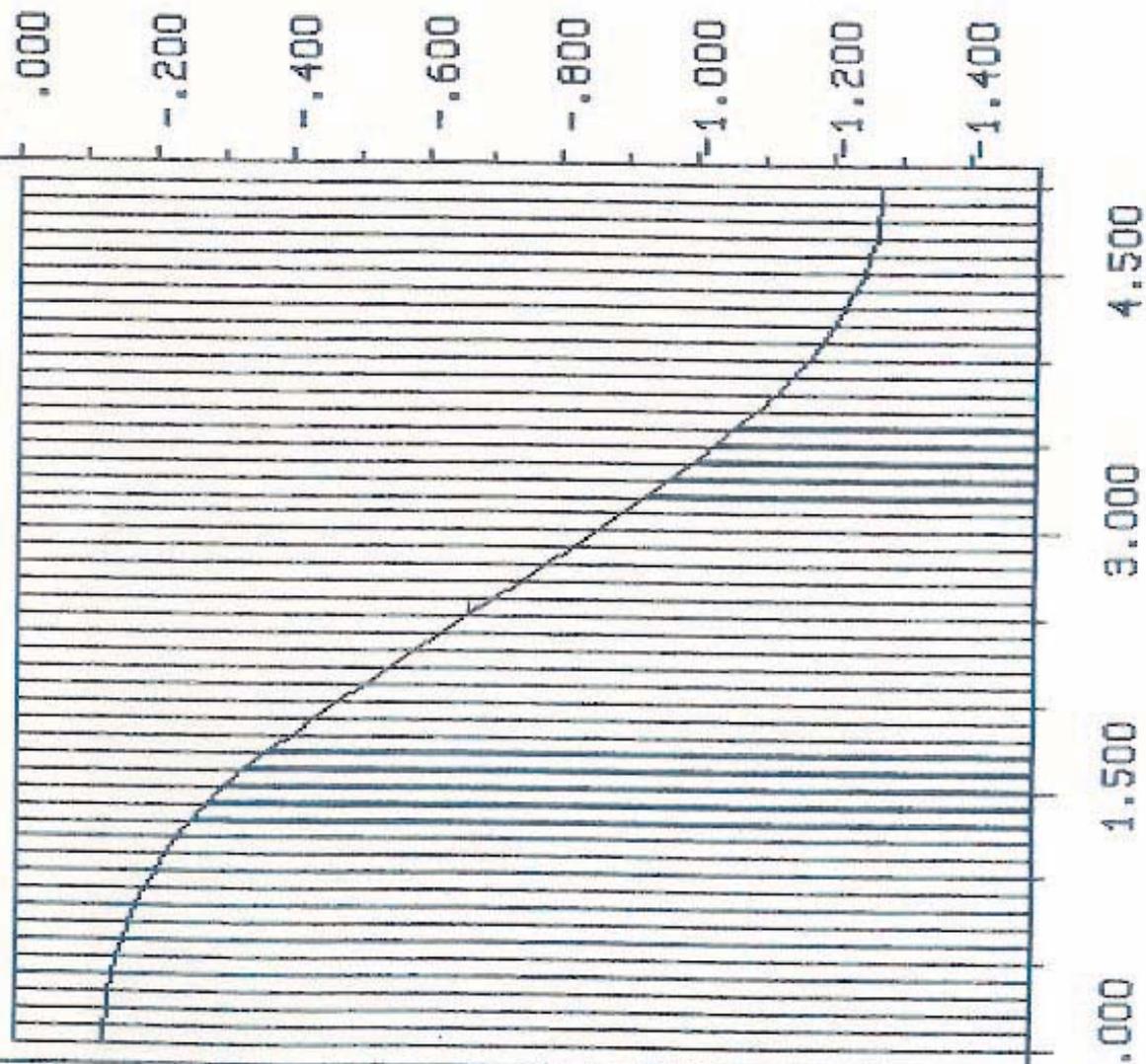
Step 72001

Exaggerated Grid Distortion

Magnification = 0.000E+00

Max Disp = 1.273E+00

Grid plot

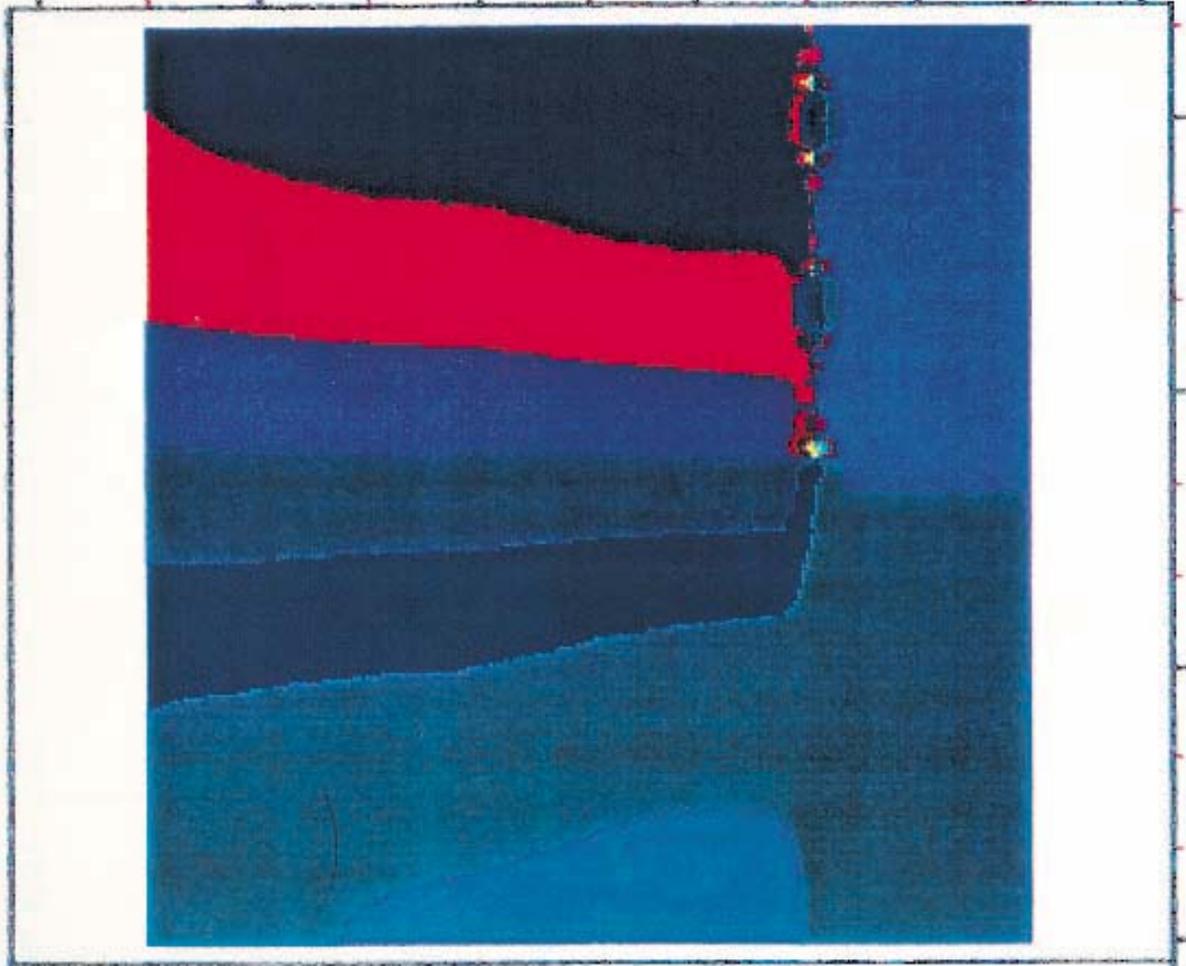


($\times 10^2$)

FIGURA 24

DEFORMADA DE LA SUPERFICIE EXAGERADA VERTICALMENTE

($\times 10^2$)
 .500
 -.500
 -1.500
 -2.500
 -3.500
 -4.500



FLAC 3.03

Step 72000

Y-displacement contours

- 2.00E+00
- 1.50E+00
- 1.00E+00
- 5.00E-01
- 0.00E+00
- 5.00E-01
- 1.00E+00



Contour interval= 2.50E-01

($\times 10^2$)
 .000 1.500 3.000 4.500

FIGURA 25

DISTRIBUCION DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES

FLAC 3.03

Step 72001

HISTORY PLOT

Y-axis :

Y velocity (157, 24)

Y velocity (105, 24)

Y velocity (35, 24)

X-axis :

Creep-flow mech. time

(*10**-03)

-0.500
-1.000
-1.500
-2.000
-2.500
-3.000
-3.500

1 2 3 4 5 6 7 8 9

(*10**+02)

FIGURA 26

EVOLUCION DE LA VELOCIDAD DE DESPLAZAMIENTO VERTICAL DEL PUNTO CENTRAL DEL TECHO DE LAS CAMARAS AL CABO DE 1000 AÑOS

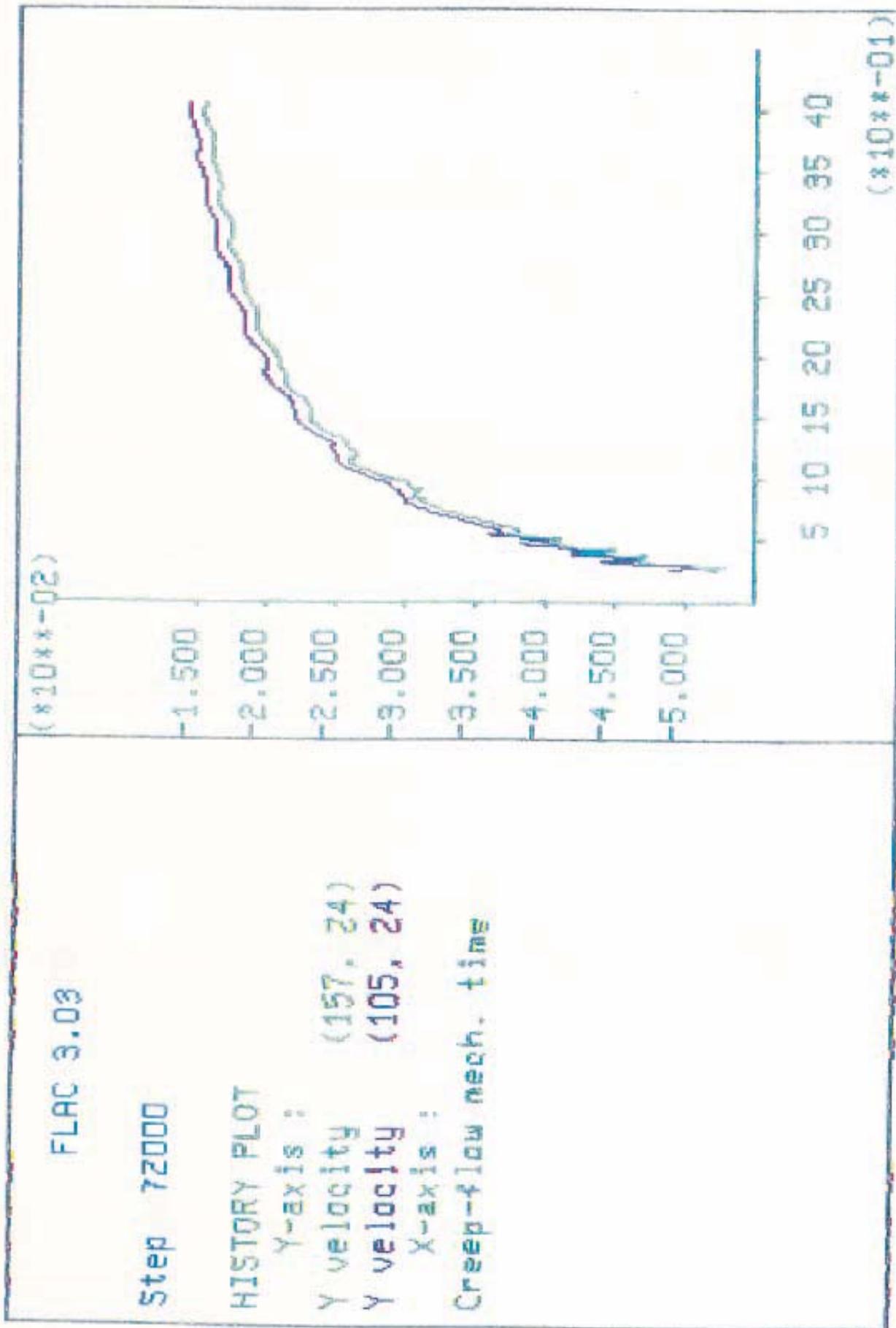


FIGURA 27

VELOCIDADES DE DESPLAZAMIENTO VERTICAL DE
 LOS TECHOS DE LAS CAMARAS ENTRE 0.5 Y 4 AÑOS

FLAC 3.03

Step 72000

HISTORY PLOT

Y-axis :

Y displacement(157, 24)

Y displacement(105, 24)

X-axis :

Creep-flow mech. time

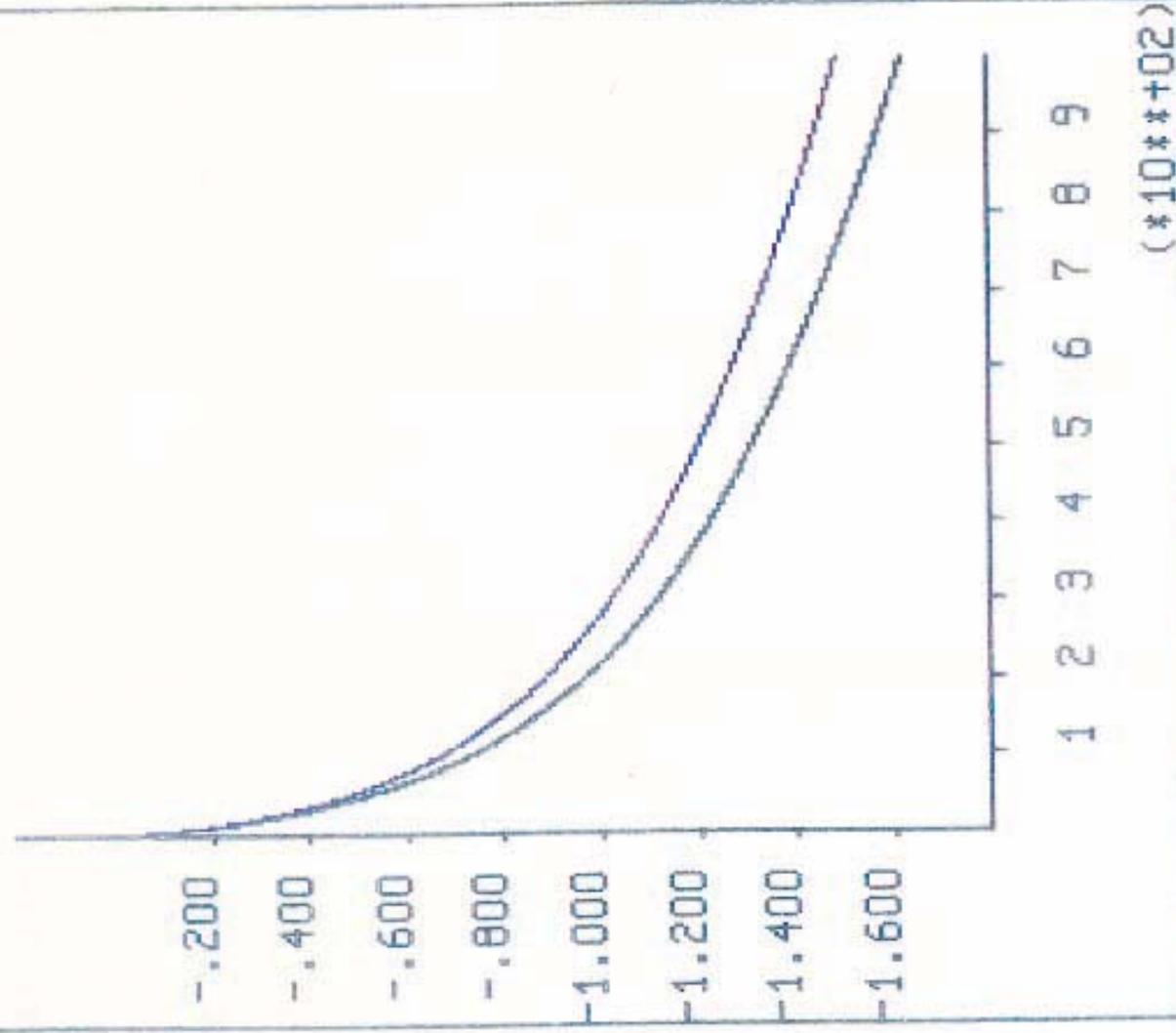


FIGURA 28

EVOLUCION DEL DESPLAZAMIENTO VERTICAL DE
PUNTOS SITUADOS EN LA BOVEDA DE LAS CAMARAS

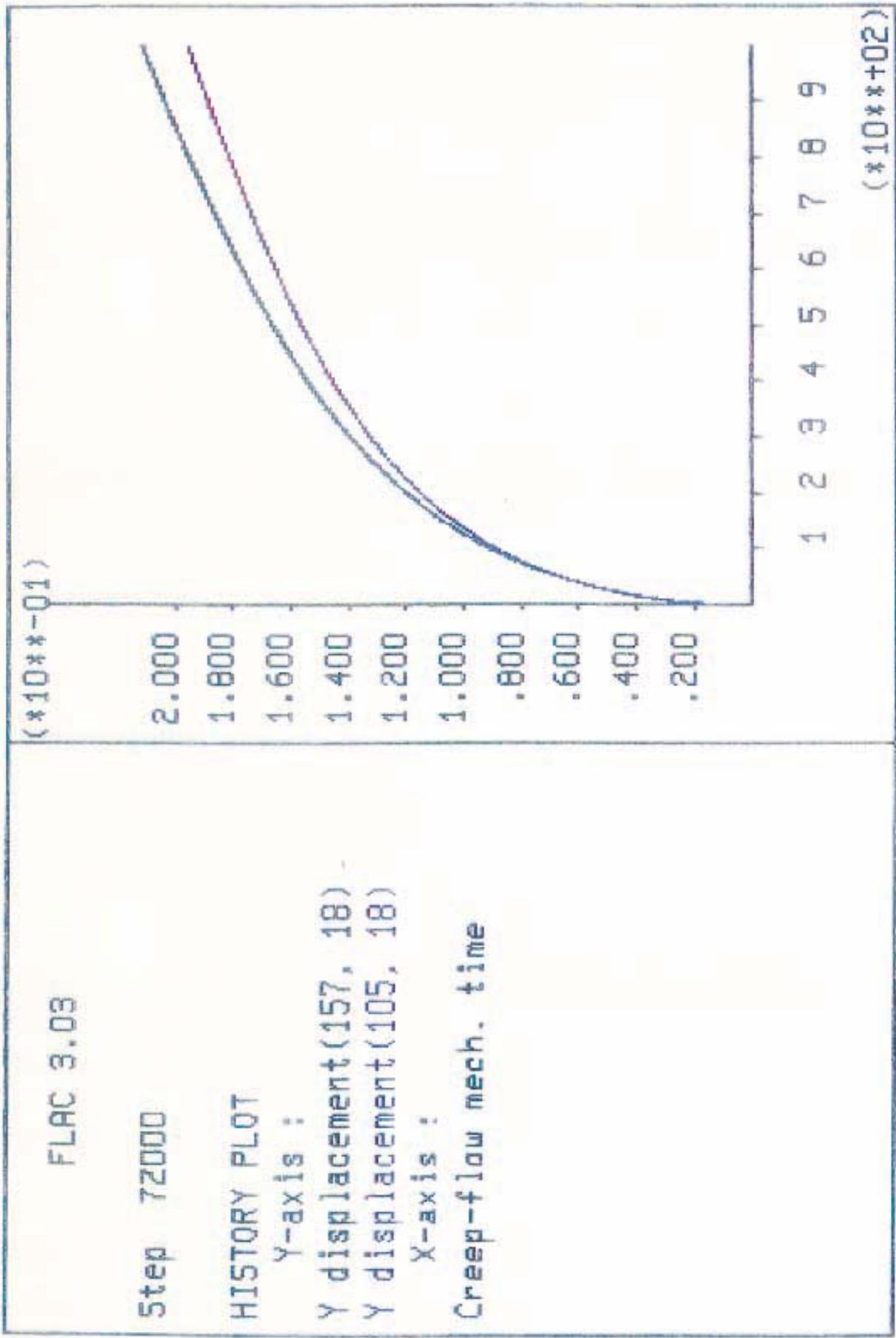


FIGURA 29

EVOLUCION DEL DESPLAZAMIENTO DE PUNTOS
SITUADOS EN LA SOLERA DE LAS CAMARAS

FLAC 3.03

Step 72000

HISTORY PLOT

Y-axis :

X displacement(108, 21)

X displacement(102, 21)

X displacement(32, 21)

X-axis :

Creep-flow mech. time

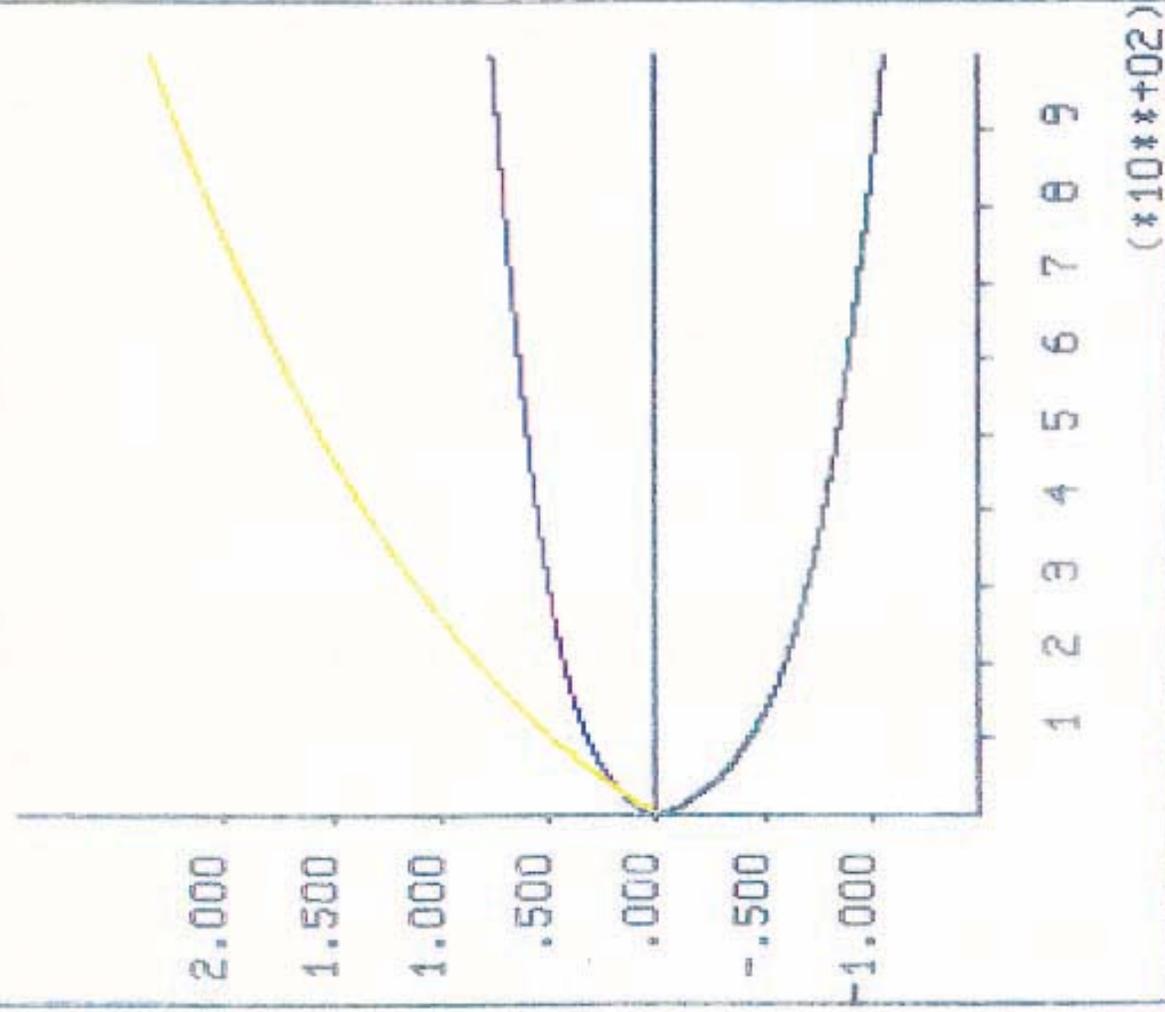


FIGURA 30

EVOLUCION DE LOS DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES EN
PUNTOS SITUADOS EN LOS HASTIALES DE LAS CAMARAS

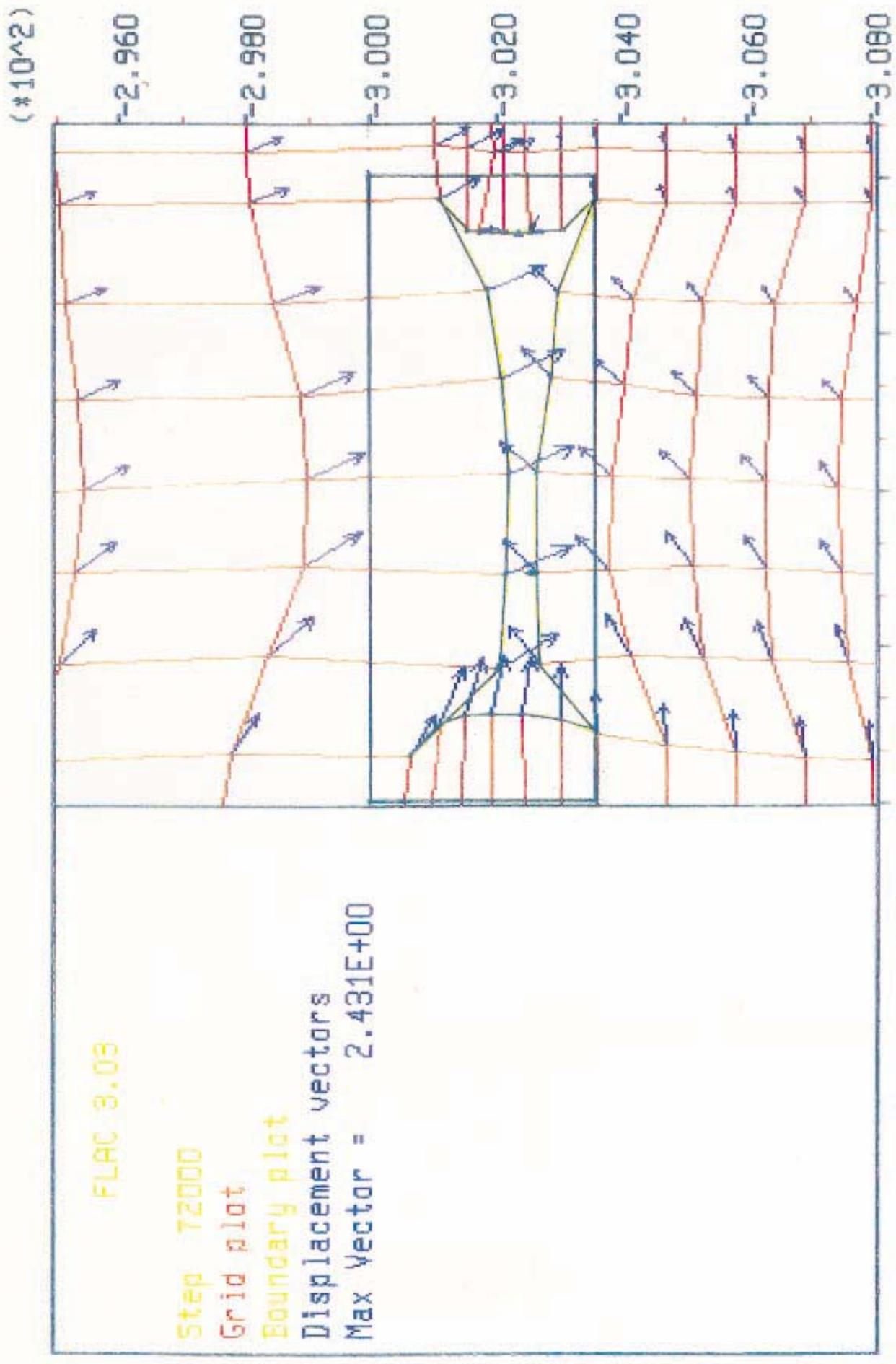
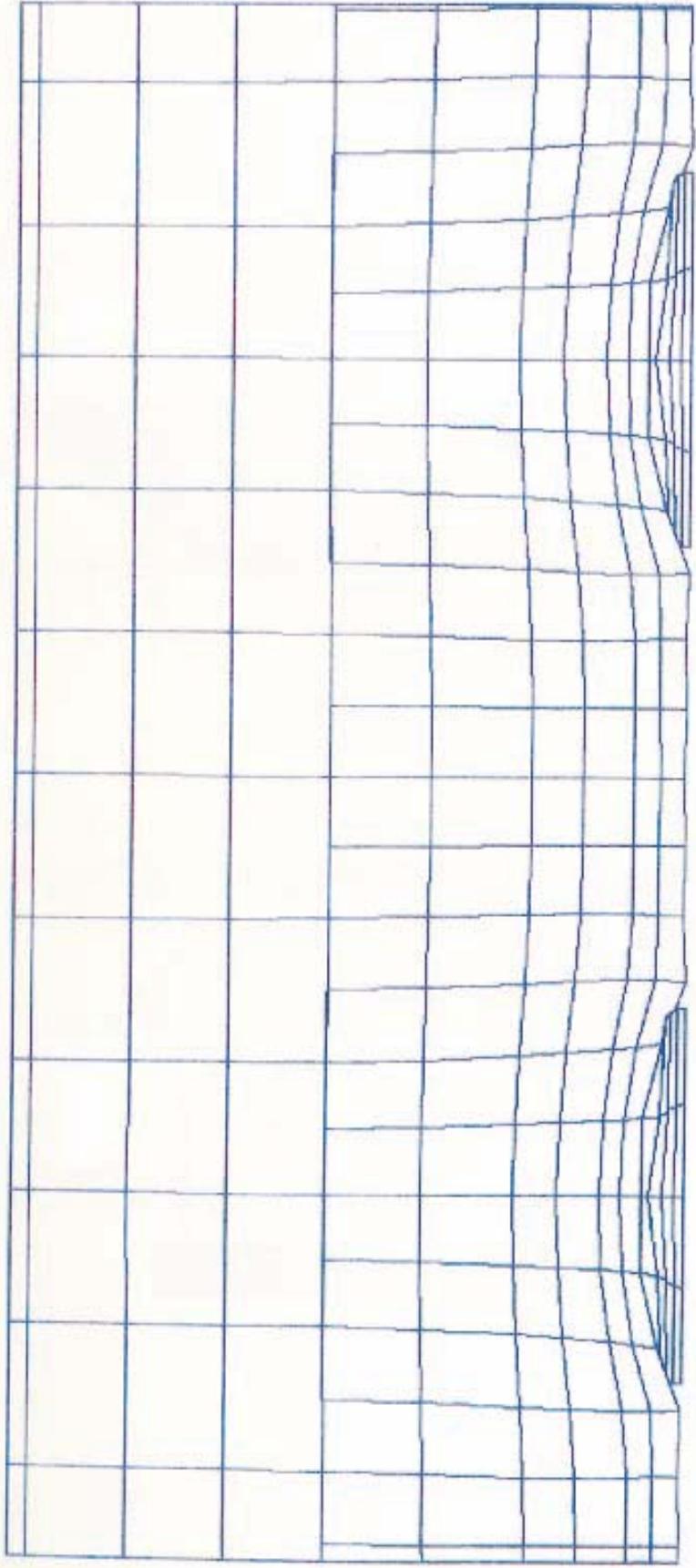


FIGURA 31
 DESPLAZAMIENTOS SUFRIDOS POR LOS NODOS DEL MALLADO
 DEL PERIMETRO DE UNA CAMARA AL CABO DE 1000 AÑOS

4.5.2. Segundo caso práctico resuelto con el programa FLAC.

De acuerdo con el razonamiento planteado en el apartado 4.4.4., se ha analizado una explotación potásica consistente en paneles de 71 metros de ancho separados por pilares barrera de 29. Cada uno de estos paneles contiene 5 cámaras de 11 metros de ancho separadas por pilares de 4 metros. En la figura 33 se muestra el mallado empleado para simular el comportamiento de esta mina, en el cual se observará que se han utilizado tres ejes de simetría: de los dos verticales, uno pasa por el centro del pilar barrera y el otro por el del panel, y el horizontal está situado a media altura de los huecos. La parte superior del modelo se ha ubicado a unos 18 metros por encima de este último eje, coincidiendo con el techo del yacimiento evaporítico. Dada la proximidad de este borde a los huecos mineros, es fácil comprender que la carga que ejercen sobre él los terrenos de recubrimiento no se pueda considerar uniformemente repartida. Para hallarla se ha seguido la metodología anteriormente expuesta, es decir:

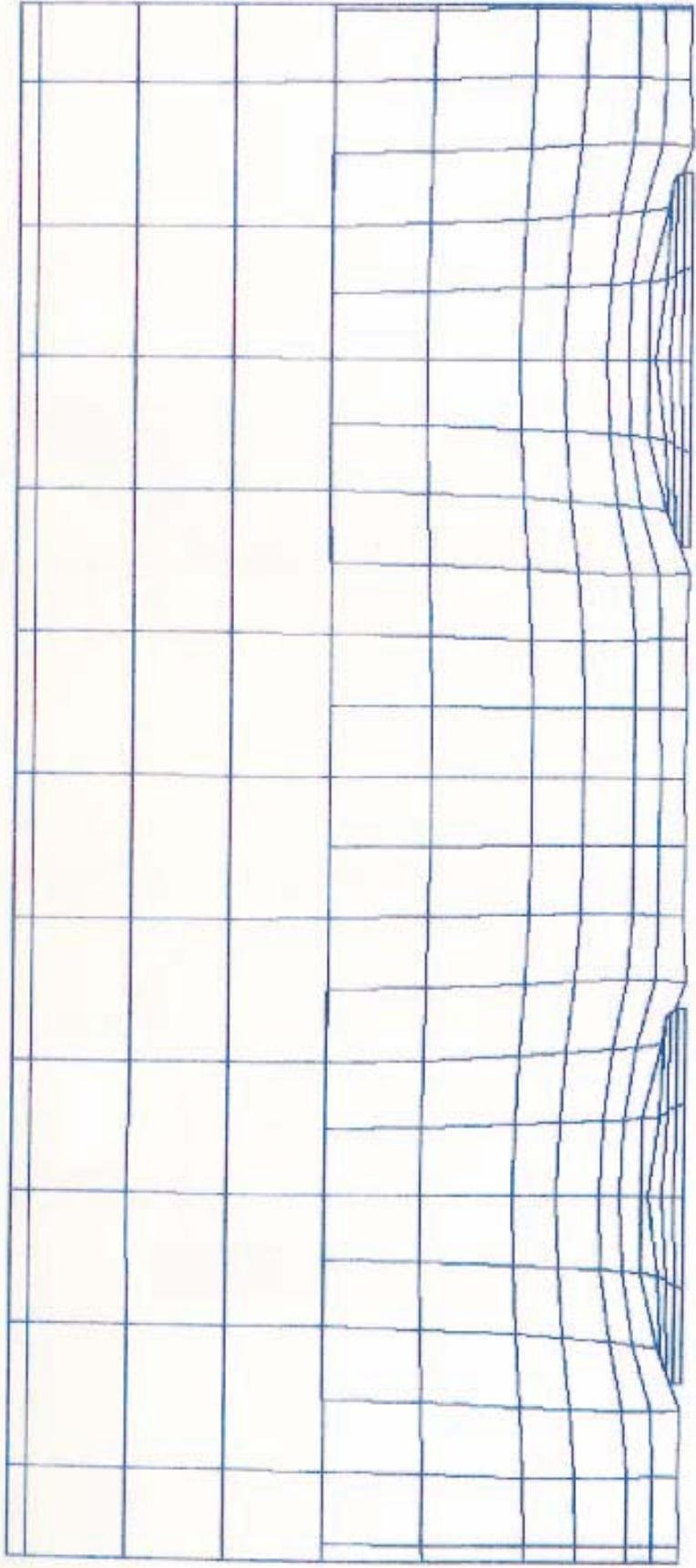
- En primer lugar se ha supuesto que los terrenos de recubrimiento ejercen una presión uniforme igual a su peso sobre el techo del yacimiento y se ha calculado la velocidad de descenso de cada uno de los nodos del borde superior del modelo, obteniéndose a continuación media bajada de dicha línea.
- A continuación se ha impuesto a la superficie del modelo una velocidad de descenso uniforme idéntica a la media anteriormente calculada, lo que ha permitido obtener la distribución de tensiones en dicho borde.
- Finalmente se ha cargado el techo del yacimiento con una tensiones intermedias entre las anteriormente calculadas y el peso del recubrimiento, lo cual equivale a considerar que la rigidez de éste es intermedia entre la nula supuesta en la primera



CIERRE DE LAS CAMARAS.
MALLA DEFORMADA AL PASO DE 85 ANOS



FIGURA 55



CIERRE DE LAS CAMARAS.
MALLA DEFORMADA AL PASO DE 85 ANOS



FIGURA 55

hipótesis de carga y la infinita correspondiente a la segunda.

De esta forma se ha conseguido simplificar la simulación, al haber eliminado todos los terrenos de recubrimiento no viscoplásticos, sin que esta simplificación haya inducido a cometer errores importantes en la determinación de las cargas sobre el techo del yacimiento salino con las que se han sustituido dichos terrenos.

Obtenidas, como se acaba de explicar, las tensiones en la parte superior del modelo se han calculado, utilizando el código FLAC, los desplazamientos y tensiones alrededor de los huecos mineros en función del tiempo transcurrido desde la apertura de los mismos.

En las Figuras 34 y 35 se muestran los vectores velocidad de desplazamiento al cabo de un año y medio aproximadamente. Se ha comprobado, mediante medidas realizadas en la mina, que estas velocidades son muy similares a las reales lo que confirma la validez del método seguido en la modelización.

Las tensiones existentes después de haber transcurrido el tiempo anteriormente indicado desde la apertura de las cámaras, se muestran en las Figuras 36 y 37.

FLAC (Version 2.25)

LEGEND

27/04/1993 15:33
step 2480

Creep Time 1.4622E+00
-2.417E+00 < x < 4.592E+01
-1.807E+01 < y < 3.227E+01

Grid plot

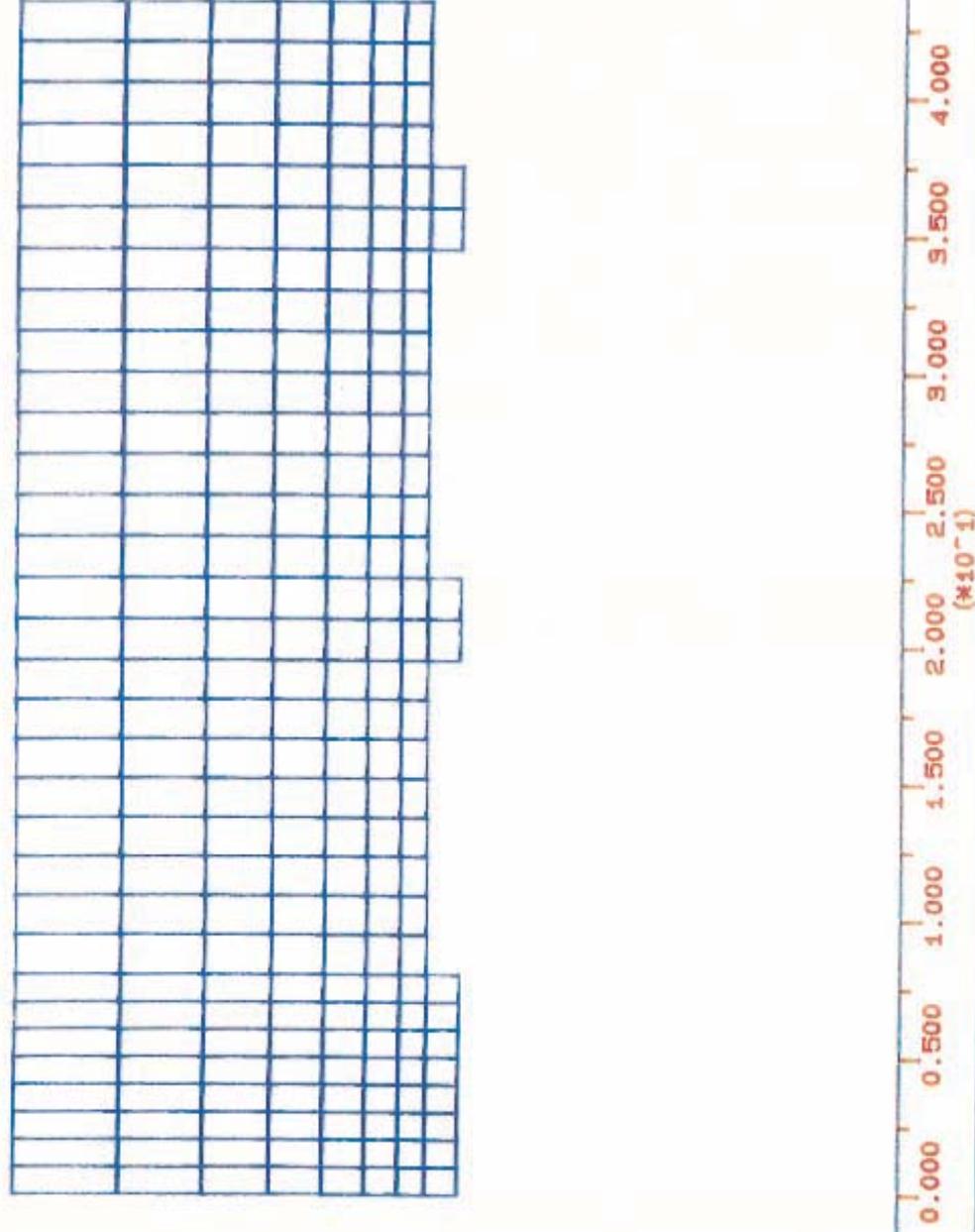


FIGURA 33

FLAC (Version 2.25)

LEGEND

27/04/1993 15:42
step 2480

Creep Time 1.4622E+00
-2.000E+00 < x < 2.250E+01
-2.000E+00 < y < 2.000E+01

Velocity vectors
Max Vector = 2.247E-01

|||||
0 2E -1

Boundary plot

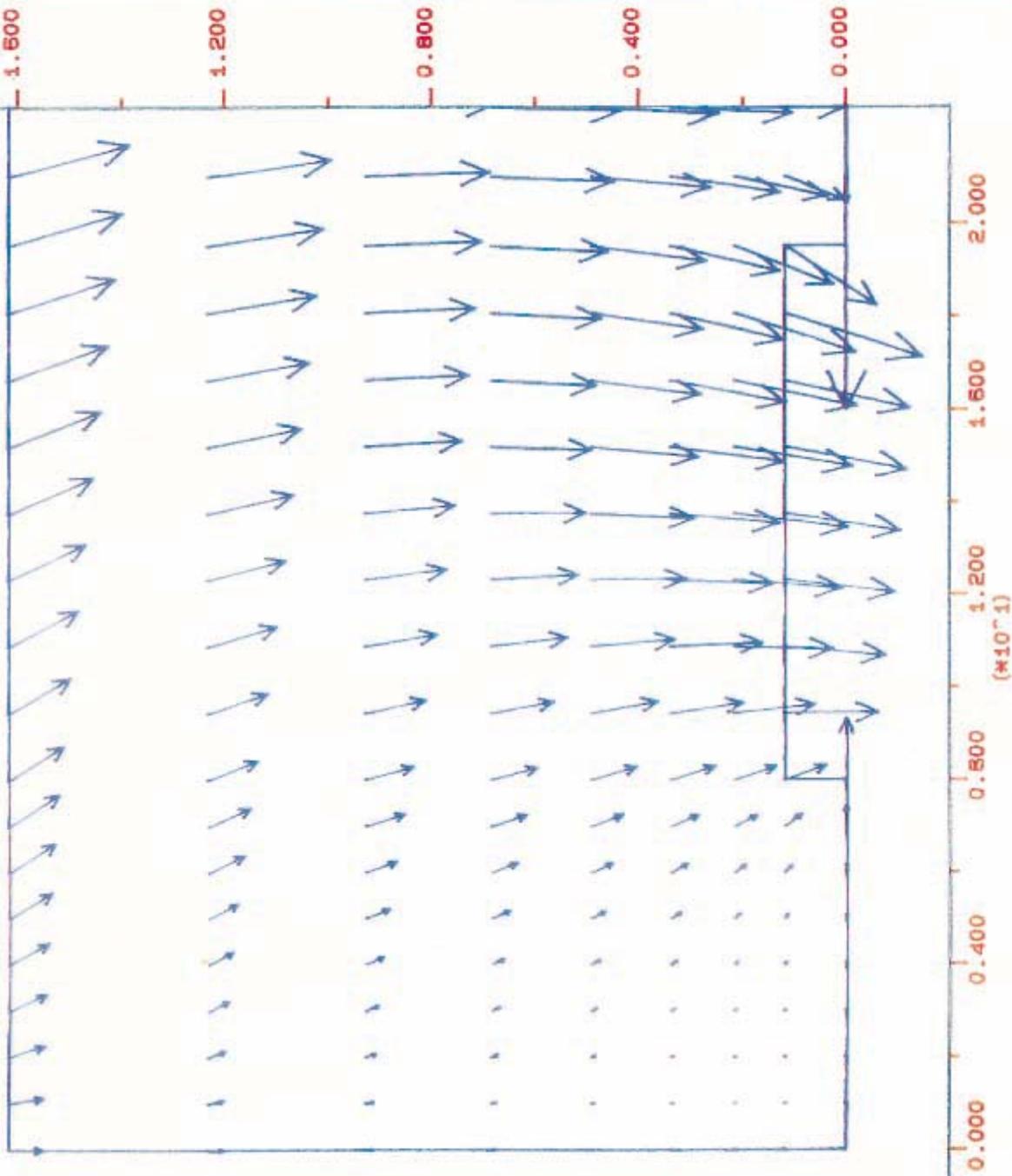


FIGURA 34

FLAC (Version 2.25)

LEGEND

27/04/1993 15:56
step 2480

Creep Time 1.4622E+00
2.250E+01 < x < 4.600E+01
-2.000E+00 < y < 2.000E+01

Velocity vectors
Max Vector = 2.763E-01



Boundary plot

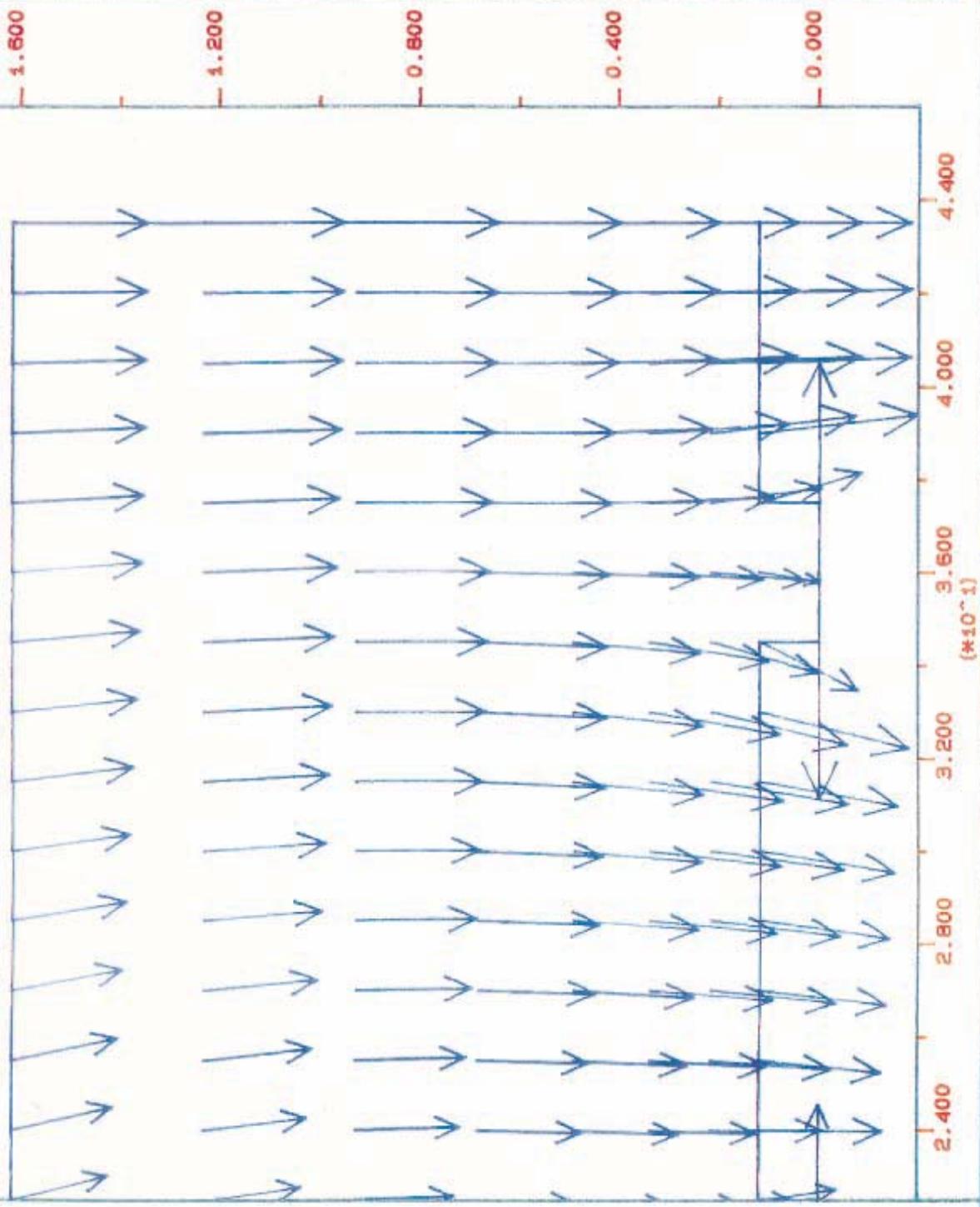


FIGURA 35

JOB TITLE : camaras de 11.5 y 12 m, pilares 9 m y pilar barrera 16 m. Profundidad 850 m

(#10⁻¹)

FLAC (Version 2.25)

LEGEND

27/04/1993 16:15
step 2480

Creep Time 1.4622E+00
-2.000E+00 < x < 2.250E+01
-2.000E+00 < y < 2.000E+01

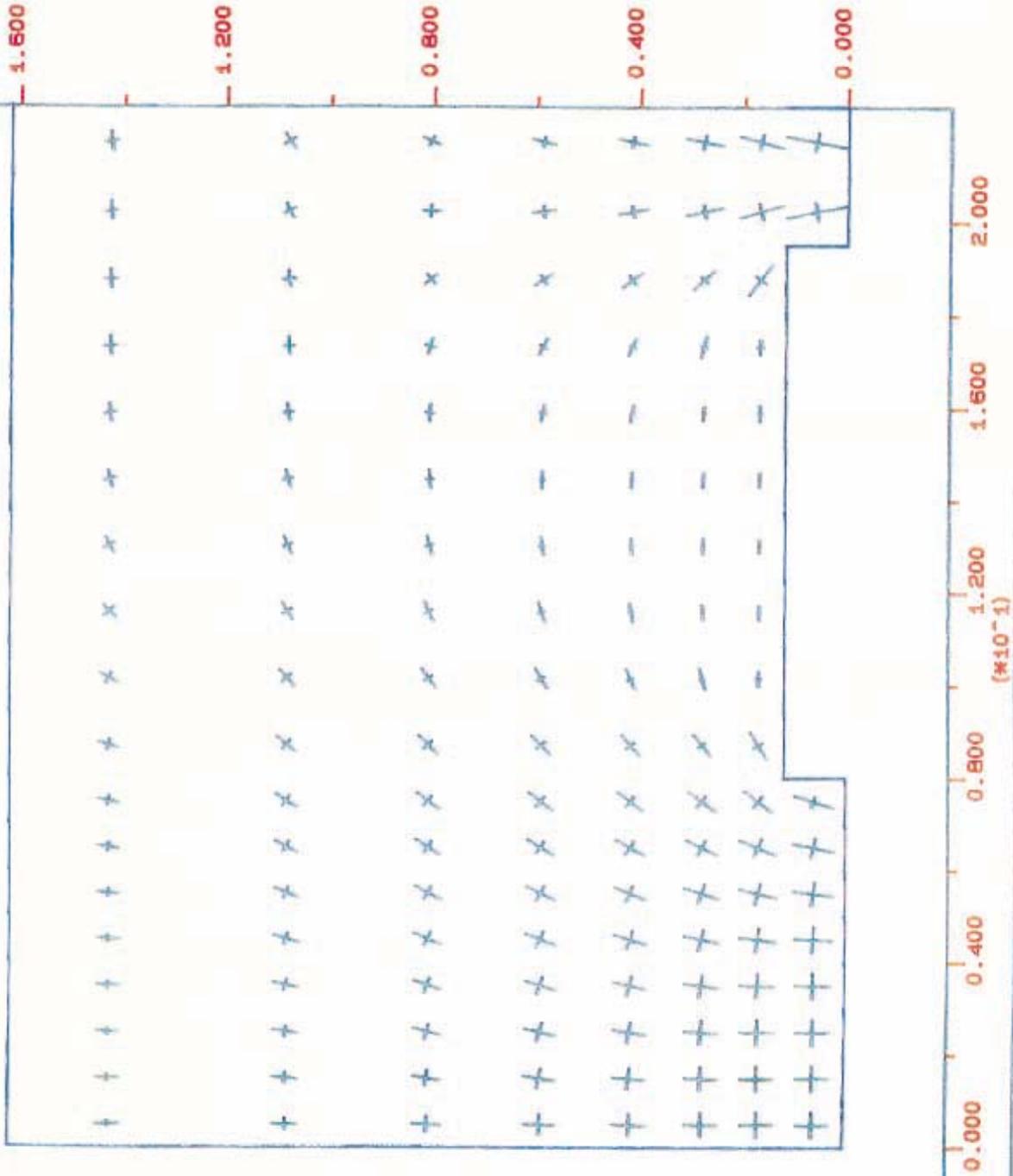
Principal stresses
Max. Stress= 5.964E+07

Boundary plot
0 5E 0



FIGURA 36

Universidad Politecnica de Madrid
Madrid, Spain



FLAC (Version 2.25)

LEGEND

27/04/1993 16:31
step 2480

Creep Time 1.4622E+00
2.250E+01 < x < 4.500E+01
-2.000E+00 < y < 2.000E+01

Principal stresses
Max. Stress= 5.576E+07

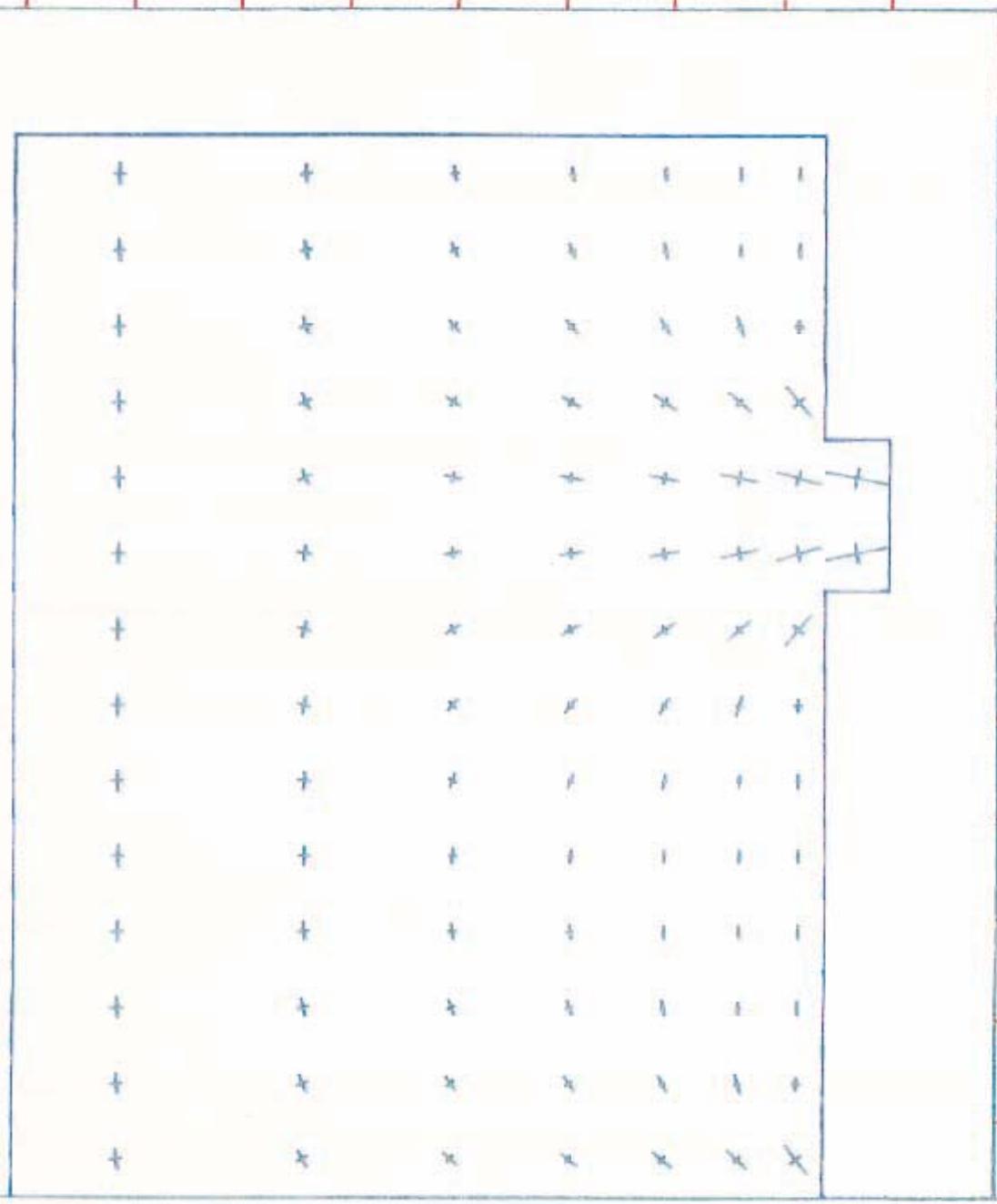
0 2E 8

Boundary plot



FIGURA 37

Universidad Politecnica de Madrid
Madrid, Spain



5. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE EXPLOTACIONES POR CAMARAS Y PILARES EN MACIZOS ELASTICOS, ELASTOPLASTICOS Y VISCOPLASTICOS. PROGRAMA ABAQUS.

Este análisis se ha efectuado mediante el programa ABAQUS de elementos finitos, que previamente ha sido validado.

Para aplicar este código a un yacimiento sedimentario ha sido preciso, en primer lugar, estudiar la relación entre el criterio de rotura de Drucker-Prager y los de Mohr-Coulomb y Hoek-Brown. Este estudio ha sido necesario porque el programa ABAQUS, lo mismo que otros grandes programas de elementos finitos, se ha desarrollado gracias a fondos procedentes sobre todo de la industria aeroespacial y no contempla criterios de rotura propios de las rocas. El trabajo que se ha realizado ha permitido solventar esta dificultad y ahora se dispone de una herramienta muy útil para los estudios geotécnicos.

A continuación, se presentan tres ejemplos resueltos con el programa ABAQUS.

5.1. Estudio en tres dimensiones para un pilar aislado, de la influencia de la esbeltez sobre la distribución de tensiones. Análisis elástico.

Mediante el programa ABAQUS se han calculado las tensiones y deformaciones en pilares aislados con diferentes esbelteces. Se ha supuesto que sobre los pilares actúa la carga correspondiente a una profundidad de 50 metros y a un área atribuida de $7 \times 7 \text{ m}^2$. En el modelo no se ha incluido más que 10 m de altura de recubrimiento; el resto se ha sustituido por una carga uniformemente repartida equivalente al peso del terreno

suprimido.

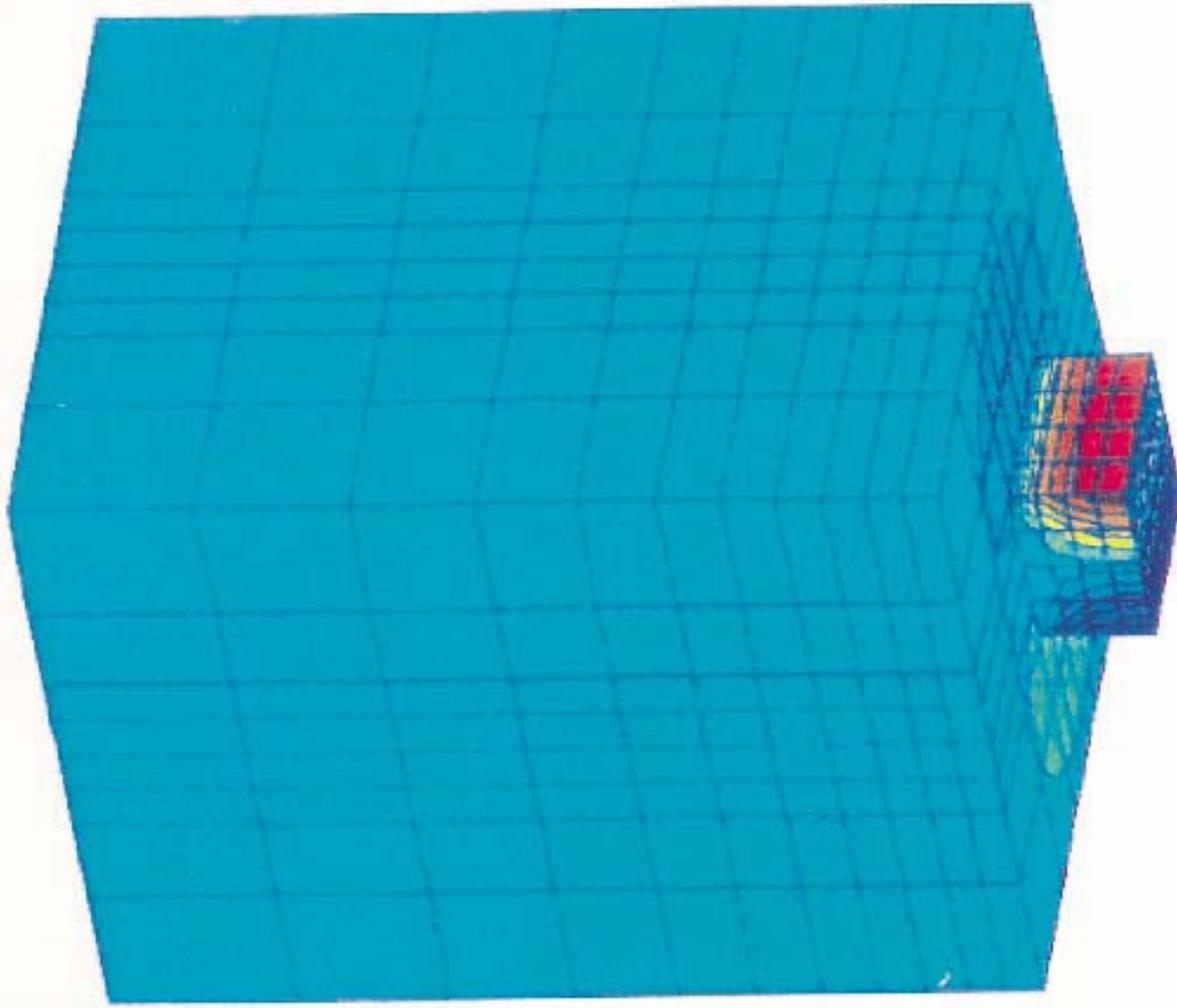
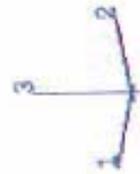
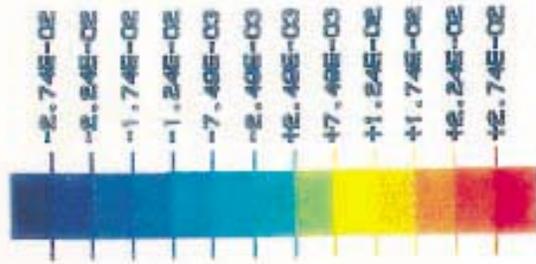
Se han analizado dos pilares cuadrados, ambos con una anchura de 2 m, pero en uno la altura es de 2,50 m y en el otro de 3,4 m. En los dos casos, se ha representado en el modelo únicamente medio pilar, ya que se supone que el comportamiento bajo carga es simétrico con respecto al plano horizontal que pasa por el centro del pilar.

El objeto de estas modelizaciones es poner de manifiesto que un pilar más esbelto que otro tiene su parte central más libre de confinamiento del techo y muro por lo que puede experimentar mayores deformaciones horizontales, siendo por ello más débil, ya que la roca es menos resistente a tracción que a compresión.

Los resultados obtenidos en lo que a tensiones y desplazamientos horizontales en el pilar se refiere se muestran en las Figuras 38 a 41. En la Figura 38 se pueden ver los desplazamientos según uno de los ejes horizontales en el pilar de 2,5 m de altura y en ella se apreciará que estos desplazamientos son simétricos con respecto al centro del pilar y alcanzan su máximo valor en la cara del mismo con 2,74 cm. En la Figura 40 se muestran los mismos desplazamientos para el pilar más esbelto, es decir el que tiene una altura de 3,4 m. Los movimientos calculados en este caso son parecidos a los anteriores en cuanto a su distribución pero su magnitud es de 2,82 cm, lo cual coincide con lo anteriormente indicado sobre el mayor valor de los desplazamientos horizontales en pilares más esbeltos.

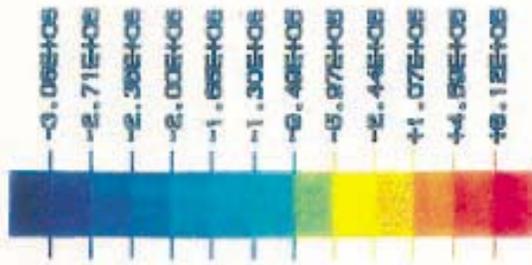
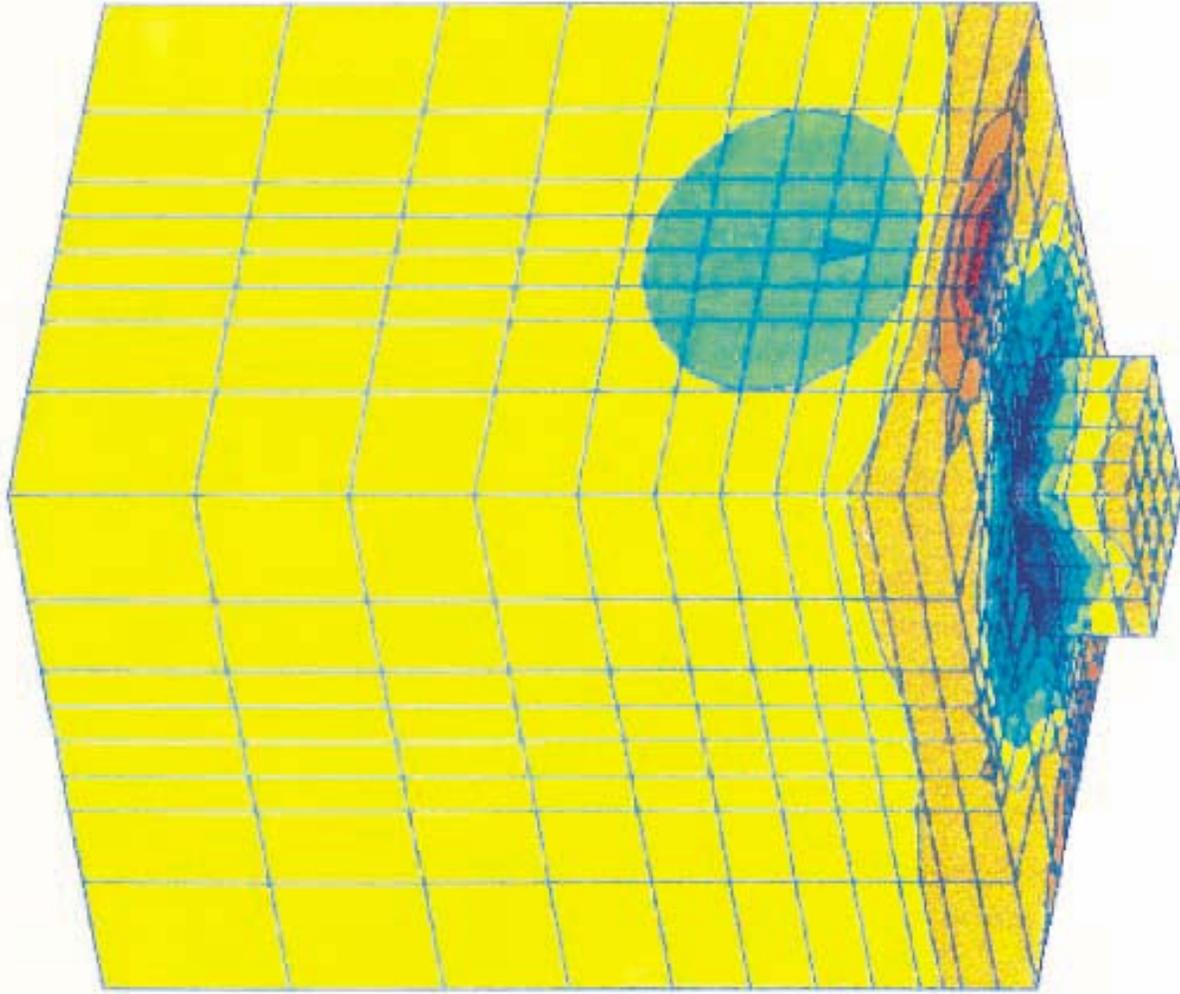
En las Figuras 39 y 41 se muestran las tensiones horizontales en el pilar según el mismo eje que en las anteriores. En ellas se puede ver que en el caso del pilar más alto el tramo sometido a tracción es también mayor.

El modelo matemático pone así en evidencia que la esbeltez de los pilares es perjudicial para su estabilidad ya que cuanto más esbelto es el pilar se deforma más horizontalmente y es por lo tanto más débil.



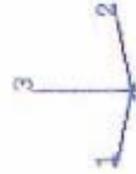
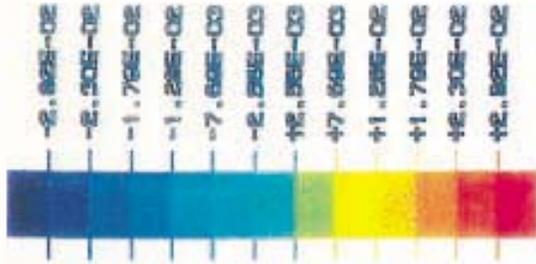
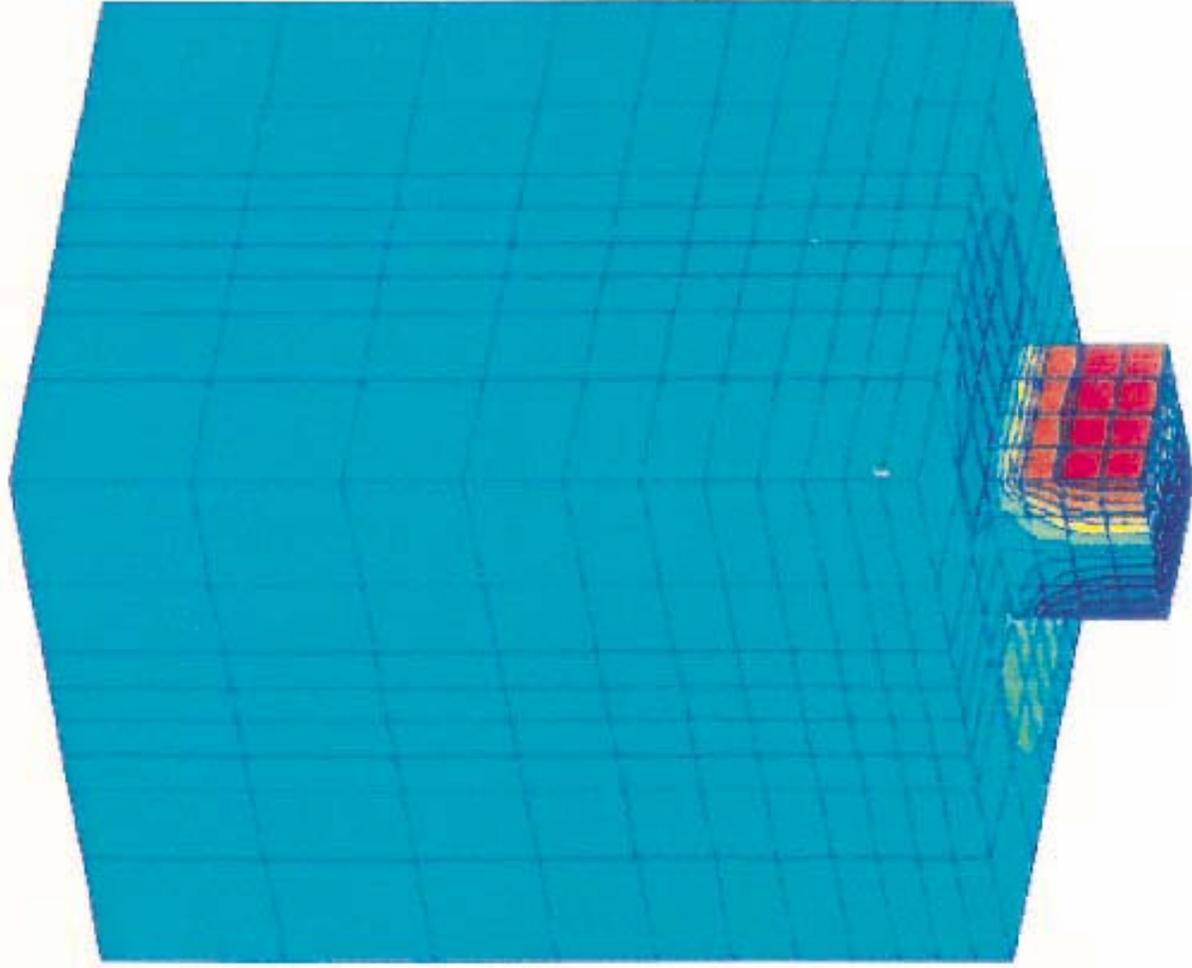
DESPLAZAMIENTOS SEGUN EL EJE 2
 PILAR DE 2.5m DE ALTURA Y 1.25 DE ESBELTEZ

FIGURA 38



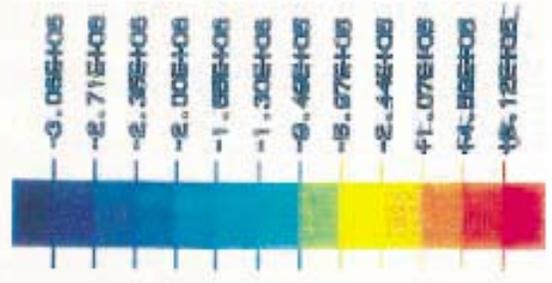
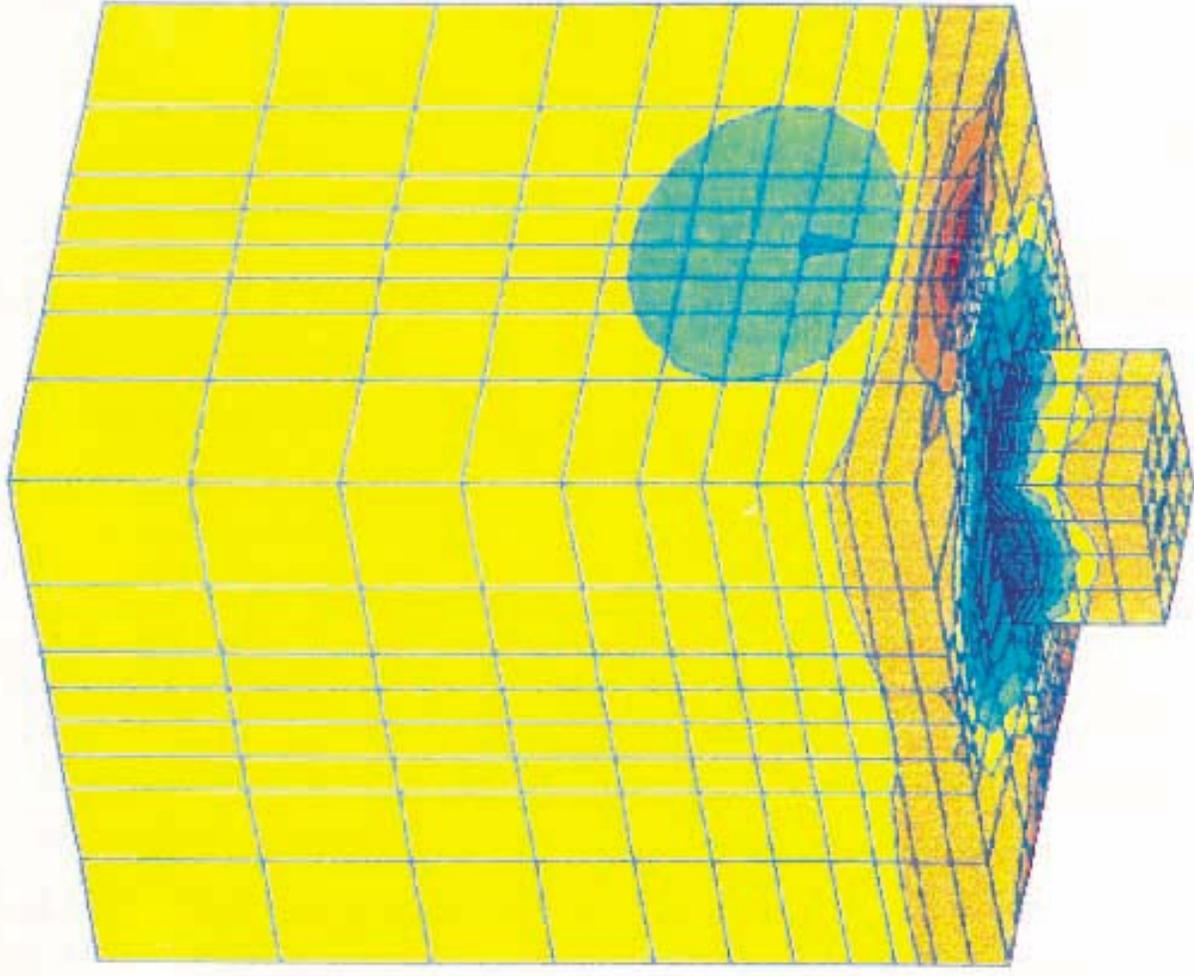
TENSIONES HORIZONTALES
 PILAR DE 2.5M DE ALTURA Y 1.25 DE ESBELTEZ

FIGURA 39



DESPLAZAMIENTOS SEGUN EL EJE 2
 PILAR DE 3.4m DE ALTURA Y 1.7 DE ESBELTEZ

FIGURA 40



TENSIONES HORIZONTALES
 PILAR DE 3.4m DE ALTURA Y 1.7 DE ESBELTEZ

FIGURA 41

5.2. Influencia de la rigidez relativa techo-pilares sobre la carga soportada por éstos. Análisis elastoplástico.

La presión que actúa sobre los pilares es proporcional a la deformación vertical de los mismos, la cual coincide con el descenso experimentado por el techo. Por este motivo hay una relación directa entre la rigidez del techo y la carga sobre los pilares.

Por medio del ABAQUS se ha estudiado en dos dimensiones, en el dominio elastoplástico, el comportamiento de dos explotaciones de cámaras y pilares con la misma geometría pero con diferentes rigideces relativas techo-pilares. En el primer caso analizado, cuyos resultados se presentan en las Figuras 42 y 43, el módulo elástico del techo es el doble que el de los pilares. En el segundo se ha disminuido considerablemente el módulo elástico del techo, que ha pasado a ser la quinta parte del de los pilares. Los resultados de esta última hipótesis se muestran en las Figuras 44 a 46.

En ambos casos se ha modelizado una explotación de 89 m de ancho, por cámaras y pilares corridos de una longitud muy superior a su anchura, situada a 50 metros de profundidad. La potencia explotada se ha supuesto igual a 2,5 m. Los pilares son de 2,5 m de anchura y las cámaras de 5 m.

Si se comparan las Figuras 42 y 44 en las cuales se muestran las tensiones verticales, se obtienen las siguientes conclusiones:

- En el caso del techo rígido las tensiones verticales sobre los pilares son menores que en el caso del techo flexible.

- Para compensar el efecto anterior, el incremento de tensiones verticales en los bordes de la explotación se extiende más en el caso del techo rígido que en el del techo flexible.

Como consecuencia de la mayor carga que actúa sobre los pilares en el caso del techo flexible éstos se plastifican, según puede verse en la Figura 45, mientras que cuando el techo es rígido permanecen en estado elástico.

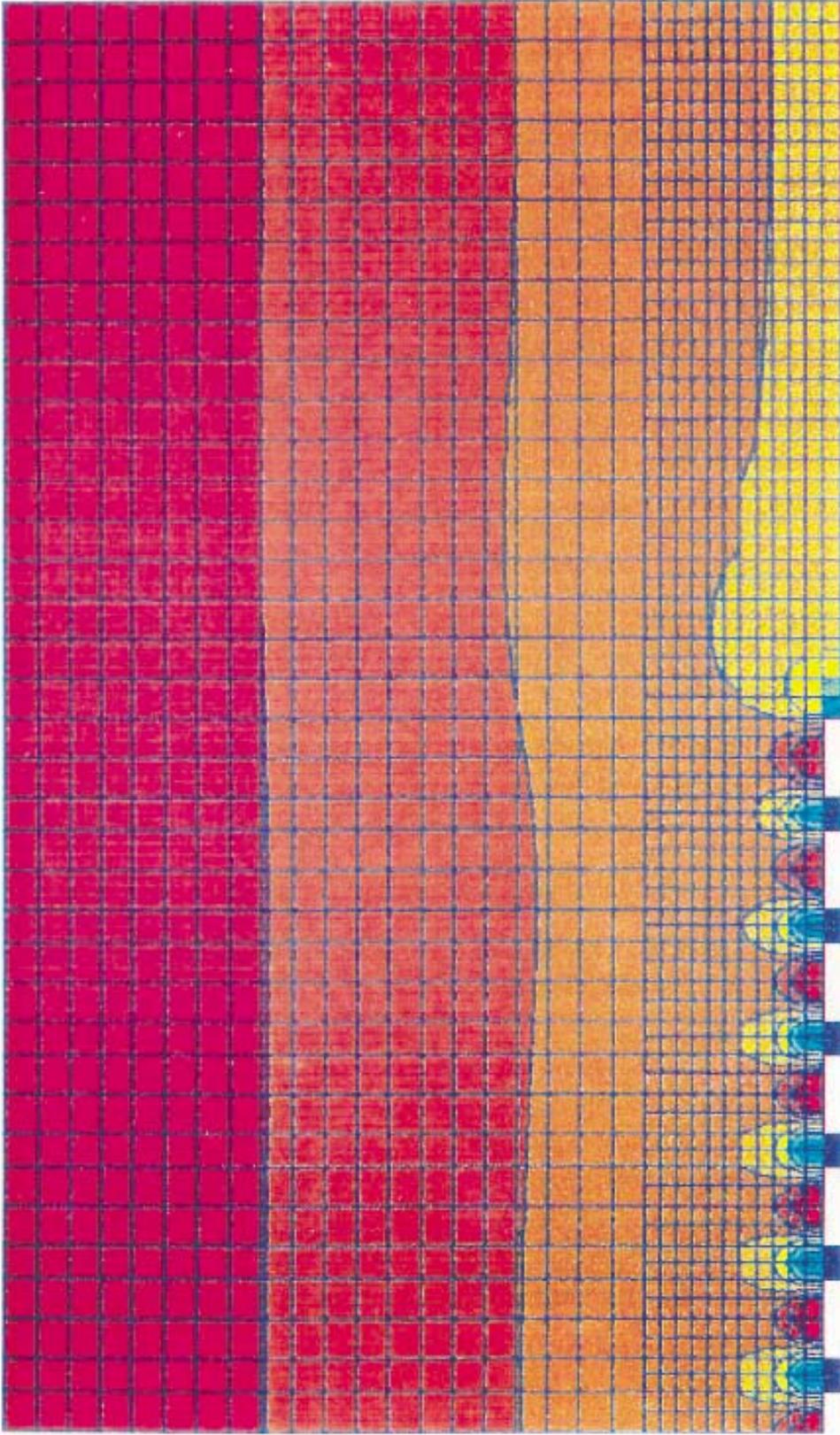
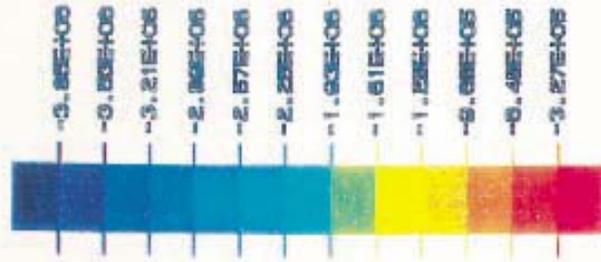
Las tensiones en los pilares en ambos casos se muestran en detalle en las Figuras 43 a 46, pudiéndose ver en esta última que las tensiones verticales son mayores cuando el techo es flexible.

El programa ABAQUS también permite conocer los desplazamientos tanto en la zona próxima a las cámaras como en superficie. En la Figura 47 se aprecia claramente la cubeta de hundimiento.

Por otra parte, en las Figuras 46 y 48 a 50 se puede observar la influencia de la ubicación del pilar sobre la carga que soporta.

Es conocido que los pilares centrales soportan más carga que los que se encuentran cerca de los bordes de la explotación, lo cual es debido a que el techo flexa más en su parte central y comprime más los pilares.

En las Figuras 46 y 48 se muestran las tensiones en un pilar central y en un pilar próximo a la zona virgen. En ellas se puede ver que el pilar central está más cargado



TENSIONES VERTICALES

TECHO RIGIDO

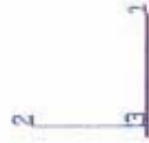
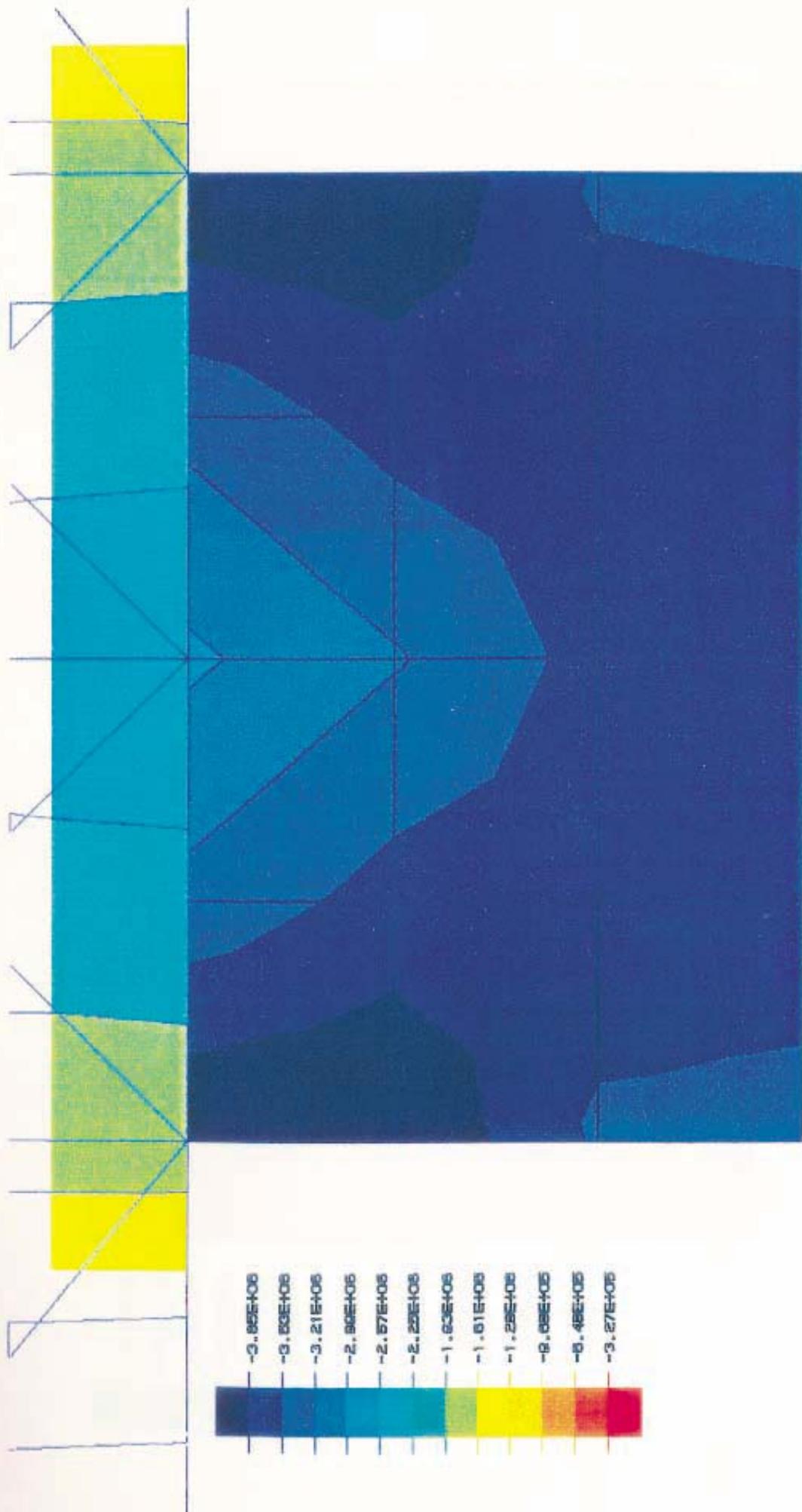
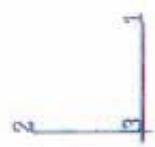
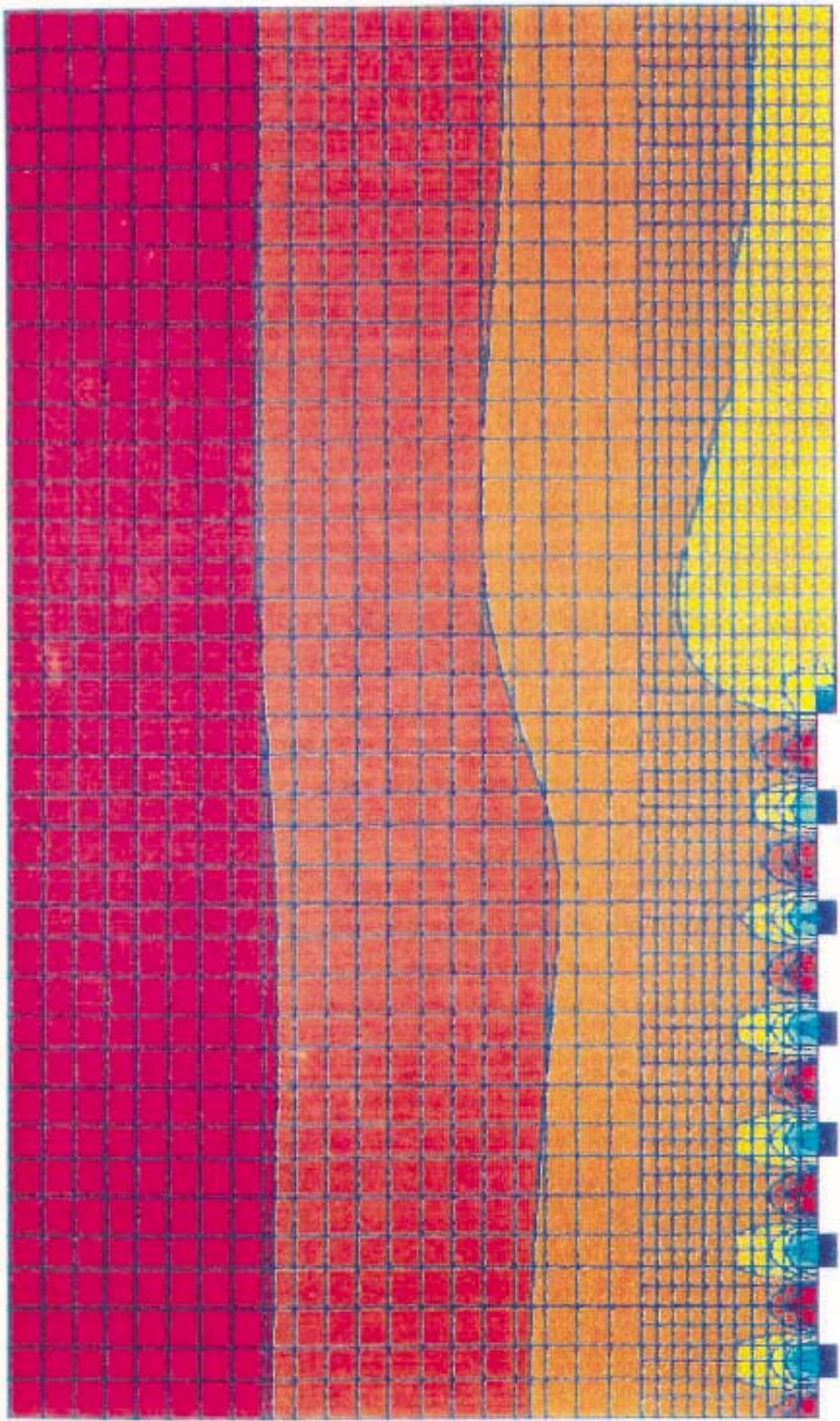


FIGURA 42

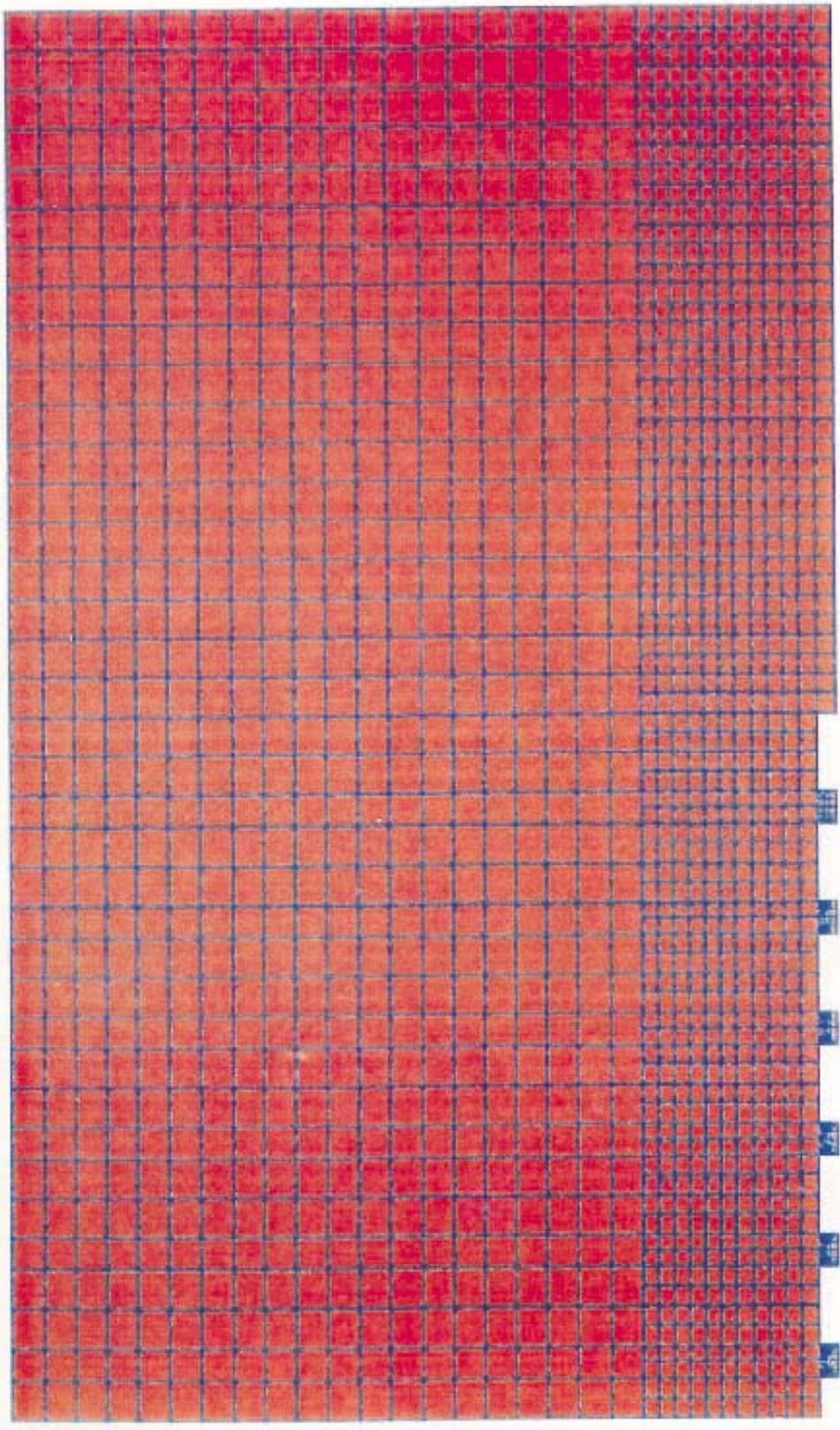
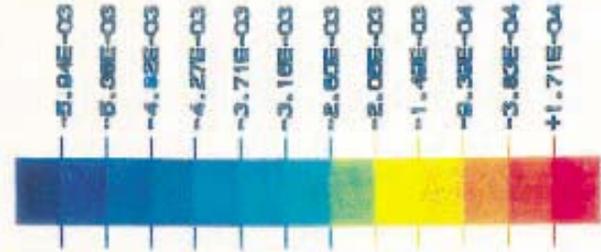


TENSIONES VERTICALES
 TECHO RIGIDO . DETALLE PILAR CENTRAL
 FIGURA 43



TENSIONES VERTICALES
TECHO FLEXIBLE

FIGURA 44



DEFORMACIONES PLASTICAS
TECHO FLEXIBLE

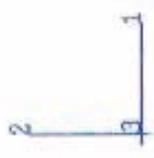
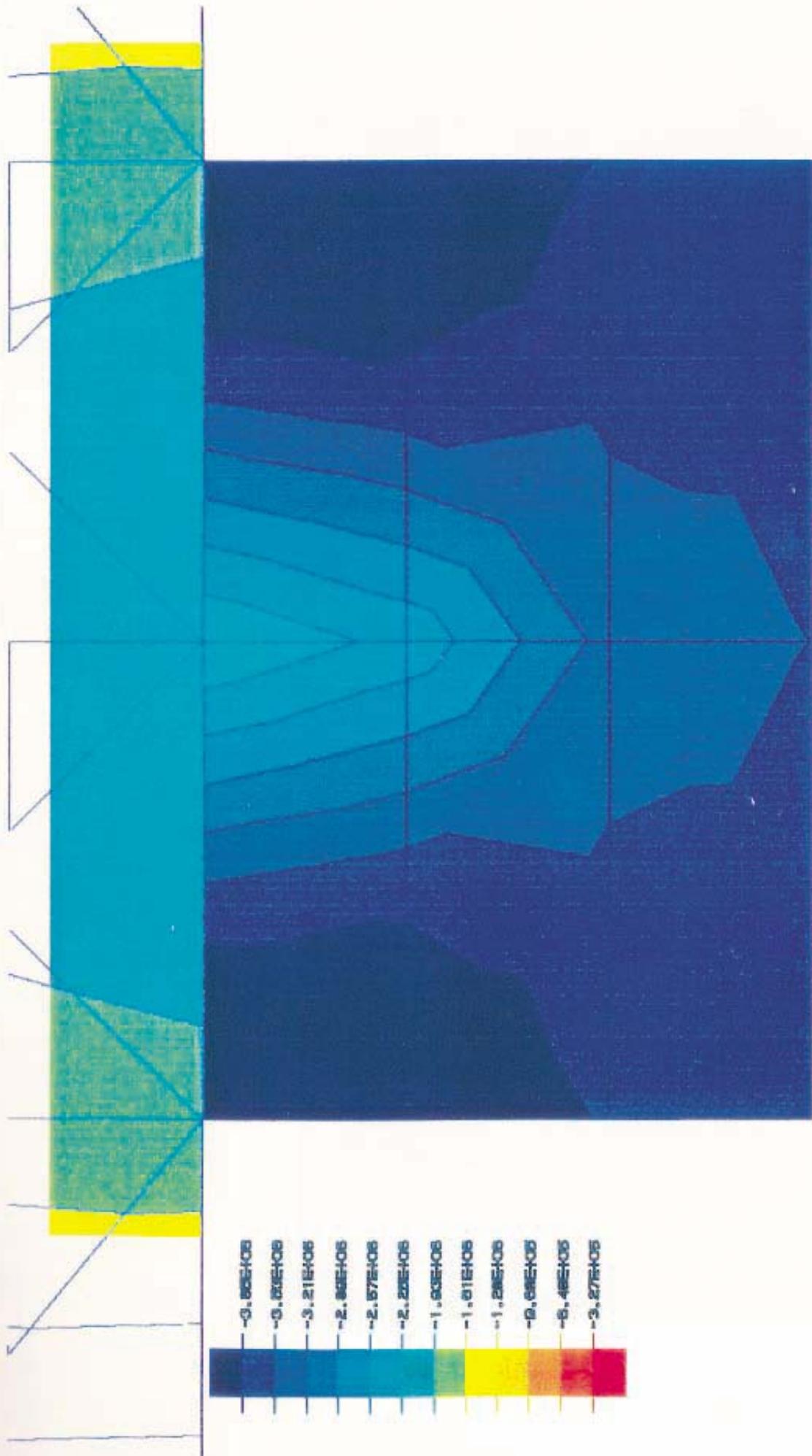


FIGURA 45



TENSIONES VERTICALES
 TECHO FLEXIBLE. DETALLE PILAR CENTRAL
 FIGURA 46

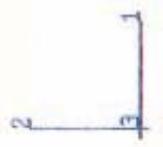
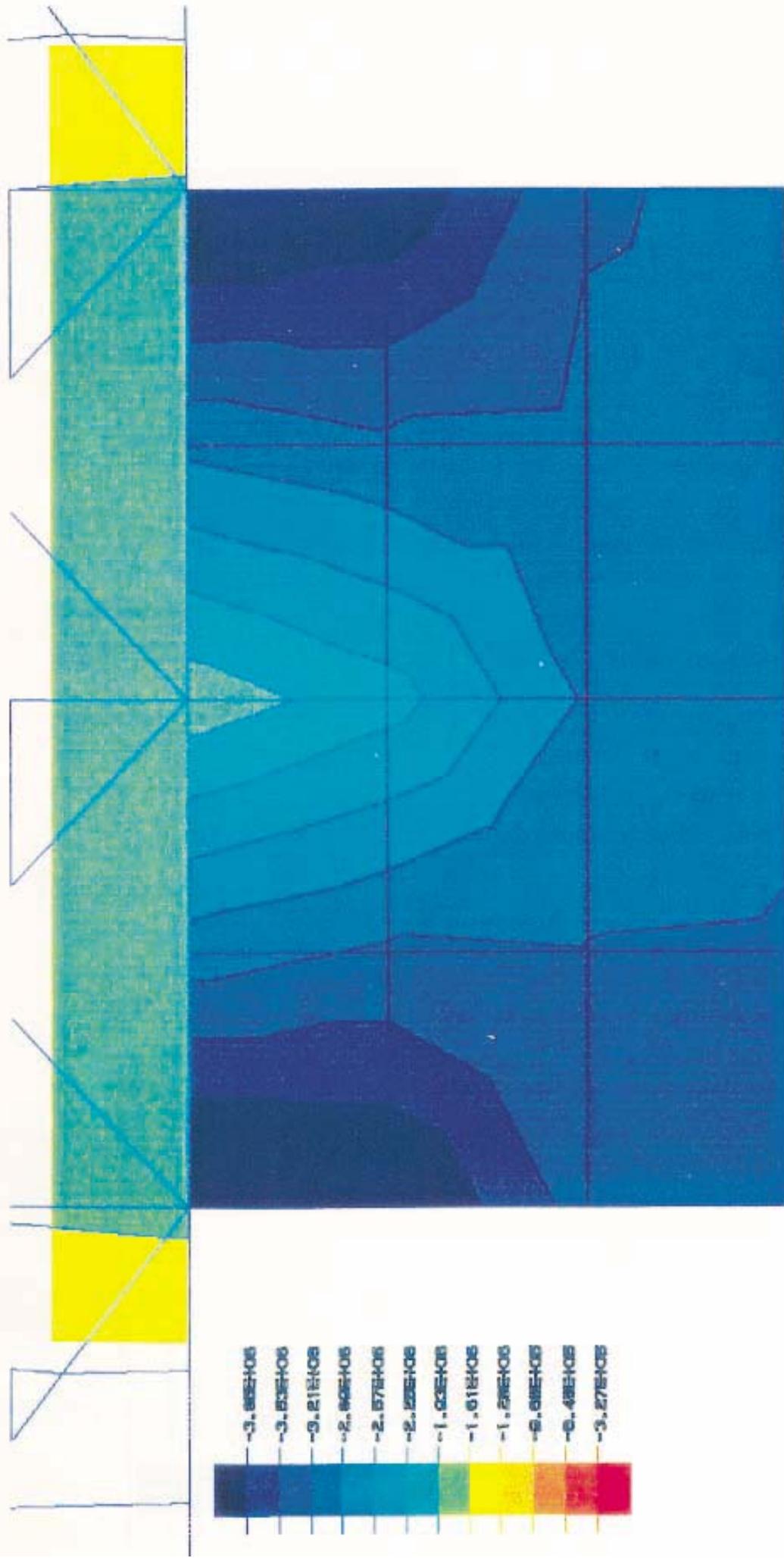
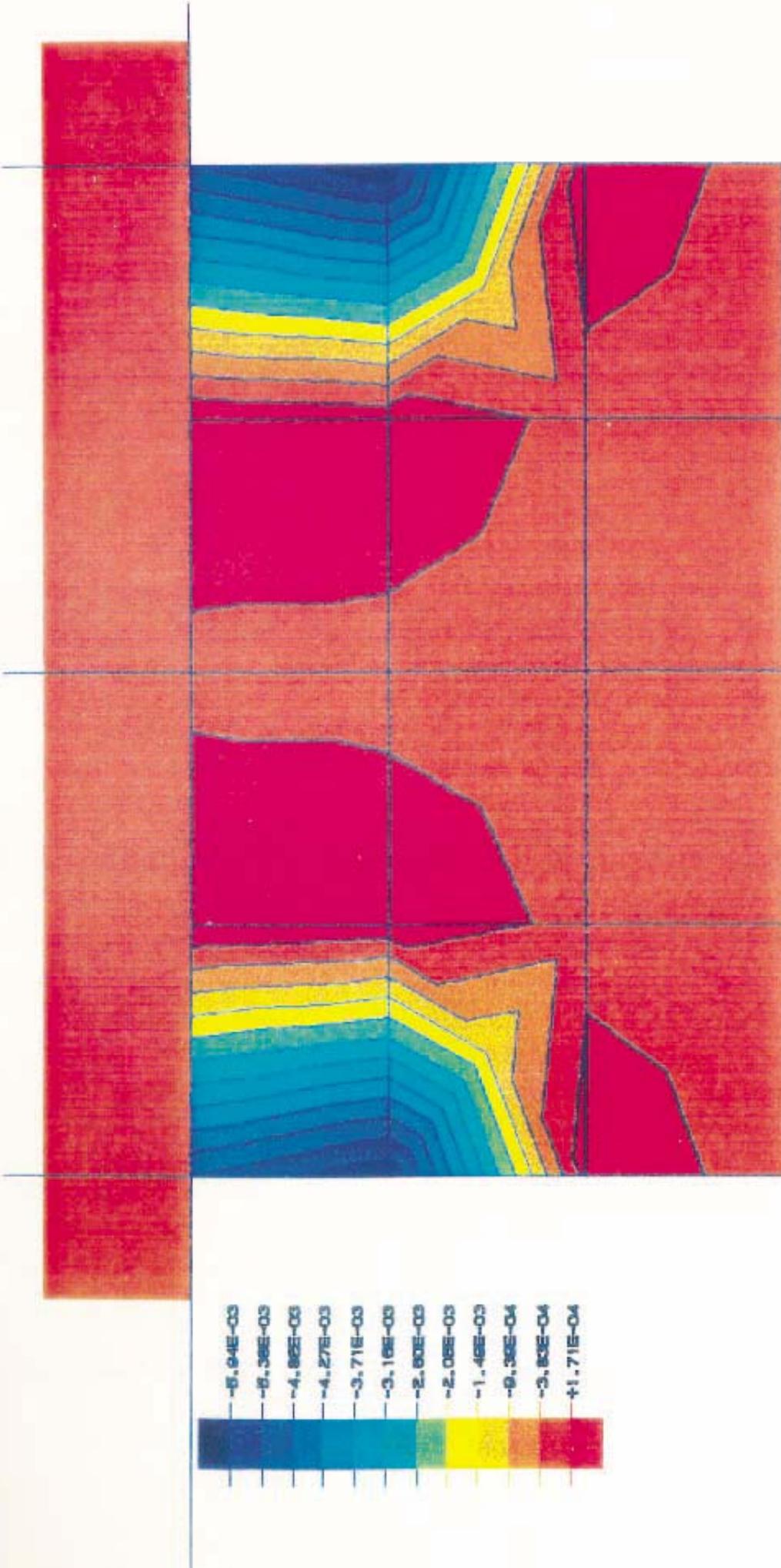




FIGURA 47

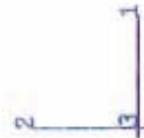
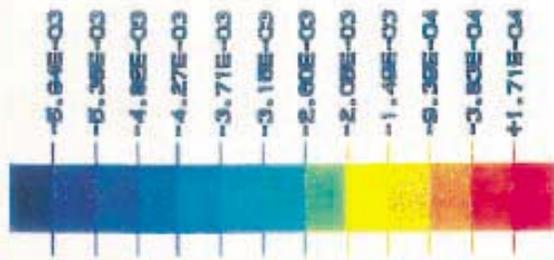


TENSIONES VERTICALES
 TECHO FLEXIBLE. DETALLE PILAR EXTREMO
 FIGURA 48



DEFORMACIONES PLASTICAS
TECHO FLEXIBLE.DETALLE PILAR CENTRAL

FIGURA 49



DEFORMACIONES PLASTICAS
 TECHO FLEXIBLE. DETALLE PILAR EXTREMO

FIGURA 50

que el pilar extremo. Por este motivo las deformaciones plásticas son también mayores en el pilar central según se deduce de la comparación de las Figuras 49 y 50.

5.3. Análisis del comportamiento viscoplástico de una explotación por cámaras y pilares.

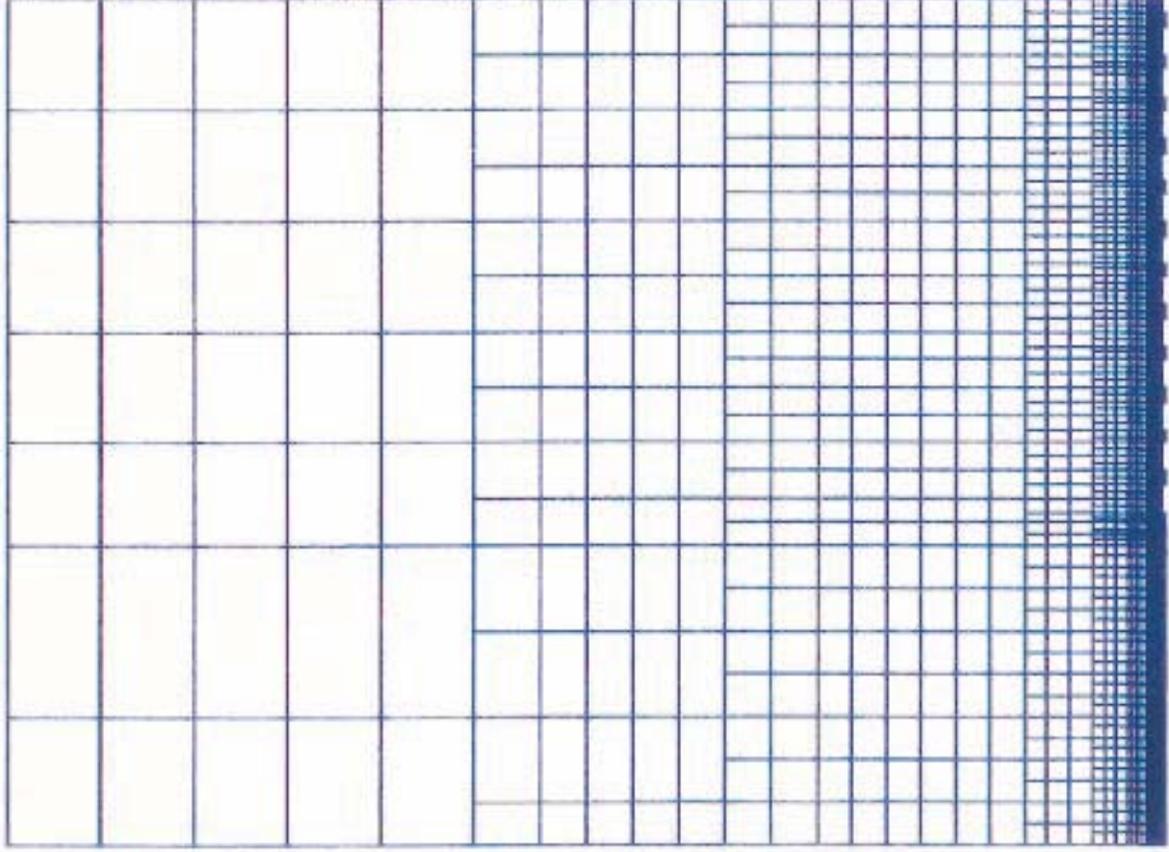
En este ejemplo se ha modelizado en dos dimensiones una explotación por cámaras y pilares haciendo coincidir el borde superior del modelo con la superficie del terreno. Los otros tres bordes se han fijado en función de la geometría de los huecos mineros.

Los materiales salinos se han caracterizado además de por su ecuación constitutiva, anteriormente descrita, por sus parámetros elásticos y por su densidad. La simulación del comportamiento de los macizos rocosos elastoplásticos del recubrimiento requiere conocer los parámetros resistentes propios del criterio de rotura elegido (Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, Drucker-Prager), juntamente con las constantes elásticas y la densidad. Una vez construido el modelo con los datos anteriormente indicados y utilizando el código ABAQUS, se pueden obtener los desplazamientos y tensiones, así como otra información complementaria, no sólo en las proximidades de los huecos, si no en toda la masa de terrenos perturbada por la mina, incluida la superficie.

En las Figuras 51 y 52 se muestra en conjunto y en detalle la explotación minera modelizada. Esta consiste en una sucesión de cámaras de 11 metros de ancho separadas por pilares de 5 metros. Además de la explotación se ha representado en el modelo una extensión de zona virgen del yacimiento con objeto de averiguar la influencia que sobre ella tiene la mina.

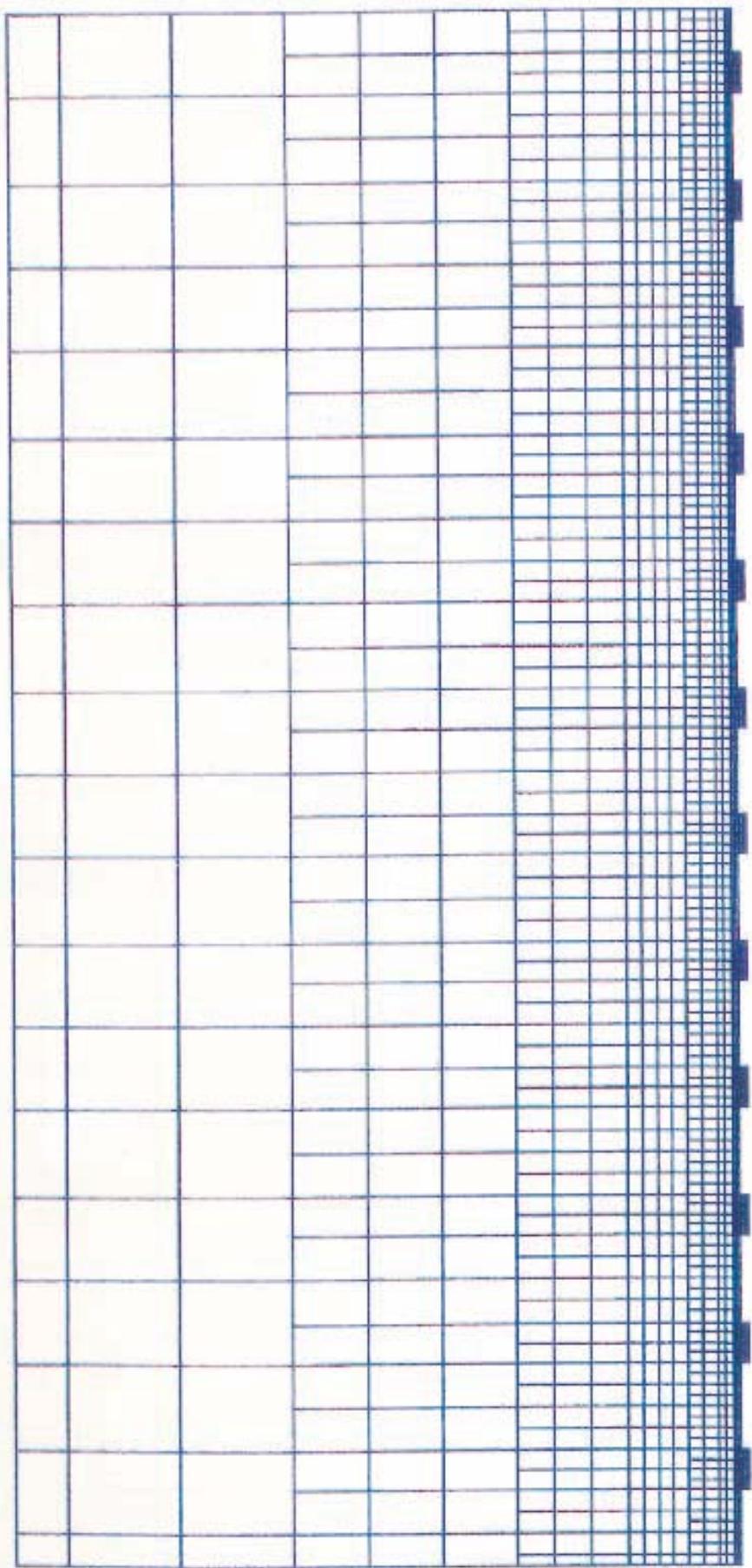
Las deformaciones que experimenta una cámara y los dos pilares contiguos a los 20, 60 y 85 años después de la apertura, se muestran respectivamente en las Figuras 53, 54 y 55. En esta última se observará que al cabo de dicho tiempo la cámara está prácticamente cerrada. En la Figura 56 se presentan los desplazamientos verticales en todo el modelo.

Si bien el tiempo de ordenador necesario para realizar estos cálculos, alrededor de 15 días, es realmente largo comparado con el que se requiere en los casos resueltos con el programa FLAC, los resultados obtenidos son más completos.



MALLA TRAS CREAR LAS CAMARAS .

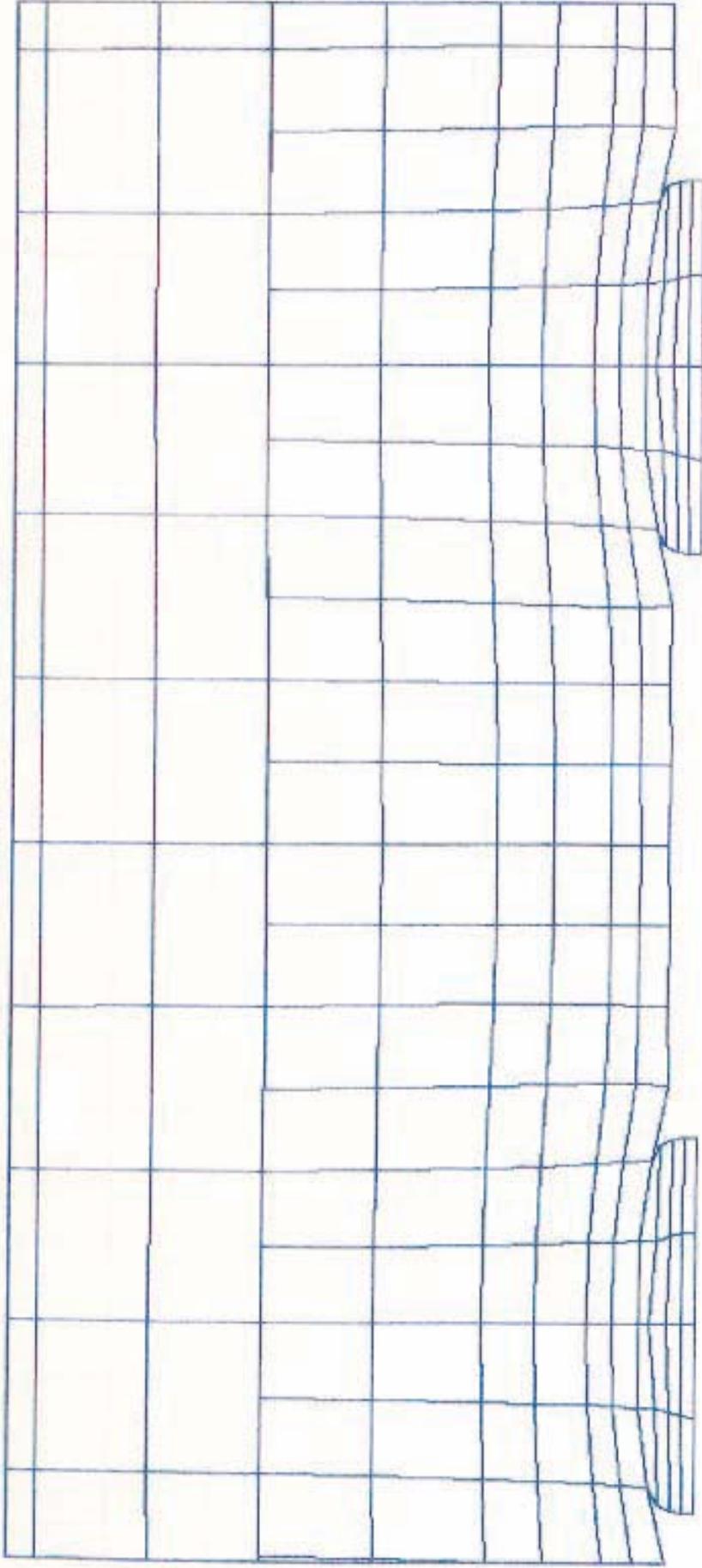
FIGURA 51



2
3

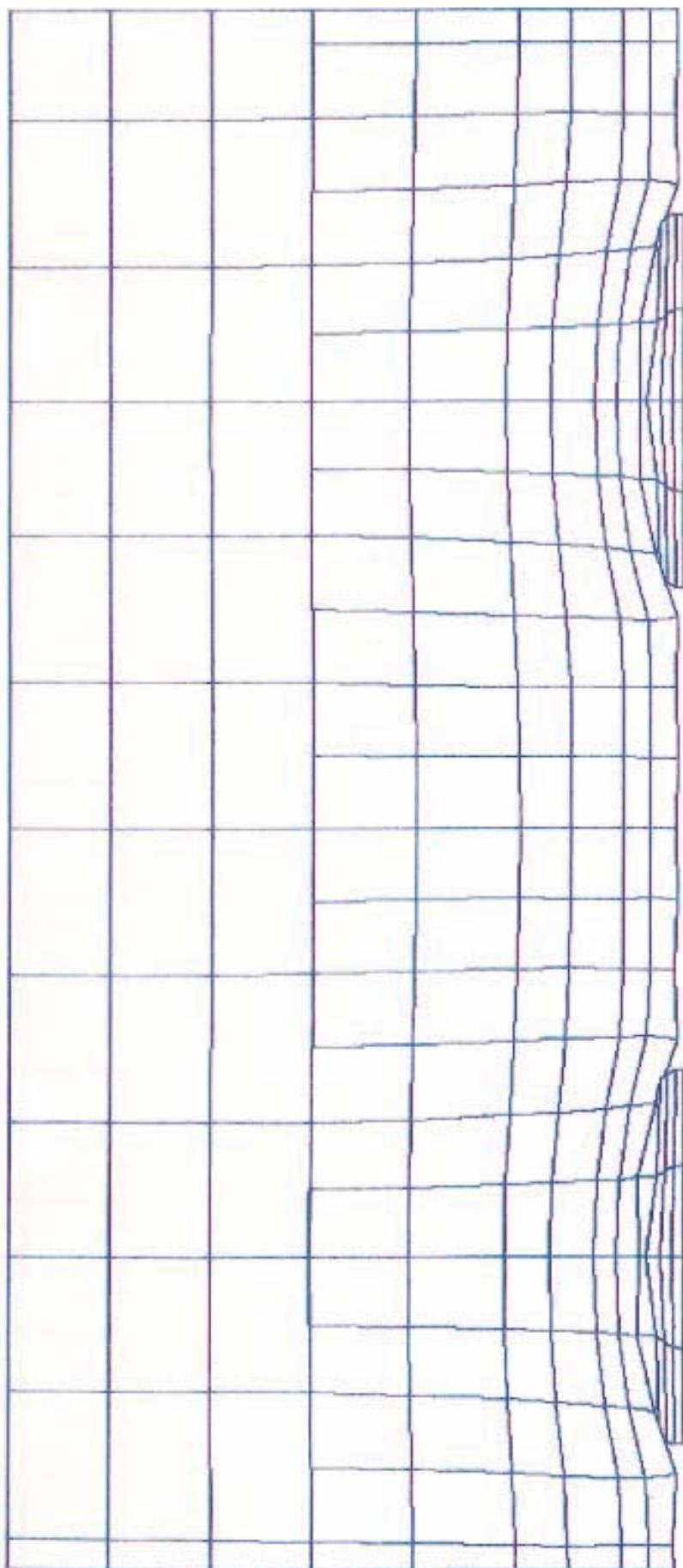
DETALLE DEL MALLADO EN CAMARAS Y PILARES.

FIGURA 52



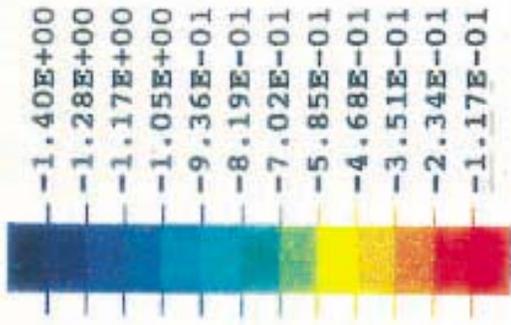
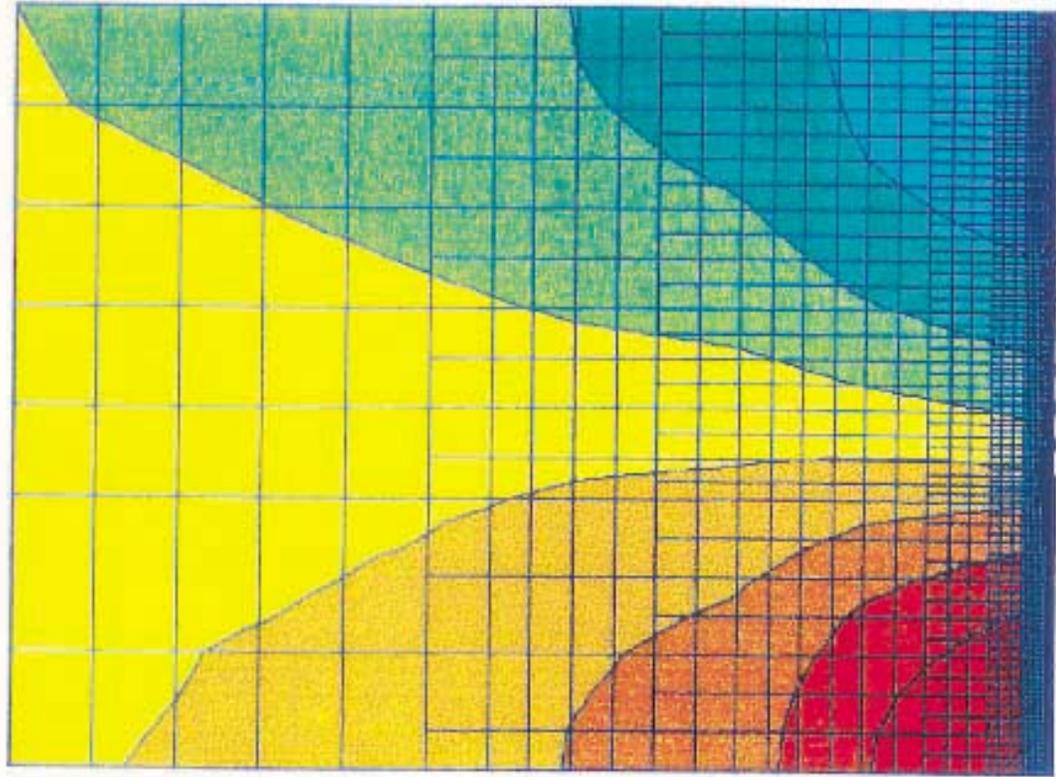
MALLA DEFORMADA AL PASO DE 20 AÑOS

FIGURA 53



MALLA DEFORMADA AL PASO DE 60 ANOS

FIGURA 54



DESPLAZAMIENTOS VERTICALES TRAS EL CIERRE DE LAS CAMARAS. (m).

FIGURA 56

6. CONCLUSIONES.

Como consecuencia de este estudio se han ampliado los conocimientos de la mecánica del terreno en las explotaciones por cámaras y pilares en macizos rocosos con comportamiento elástico, elastoplástico y viscoplástico.

Se ha utilizado el modelo BESOL, de Elementos de Contorno, para obtener la distribución de tensiones y la convergencia del techo de las cámaras en explotaciones por cámaras y pilares en macizos rocosos elásticos.

Con el modelo FLAC de Diferencias Finitas se han resuelto dos ejemplos en macizos rocosos viscoplásticos.

Por último, se ha estudiado la distribución de tensiones y convergencias en explotaciones por cámaras y pilares mediante el modelo numérico ABAQUS de Elementos Finitos. Se han resuelto sendos ejemplos en macizos rocosos elásticos, elastoplásticos y viscoplásticos.

A la hora de resolver un determinado problema de diseño de una explotación minera por cámaras y pilares, hay que elegir el modelo que mejor se adapte al caso planteado, dependiendo del tipo de comportamiento a analizar, de los datos disponibles y de la complejidad y alcance deseado en el estudio.

El modelo numérico BESOL es un programa tridimensional basado en un procedimiento numérico denominado Método de Desplazamiento Discontinuo. Gracias a él se puede

hacer una simulación tridimensional de un hueco subterráneo modelizando en dos dimensiones su contorno.

Este programa permite simular la explotación de una o varias capas paralelas teniendo en cuenta todos los factores que ejercen una influencia primordial en la distribución de tensiones en la explotación, es decir:

- Geometría de la mina.
- Tensiones naturales.
- Rigidez de los pilares y de los macizos rocosos de techo y muro.
- Proximidad de la superficie.

Cualquier geometría de explotación puede ser modelizada sobre una malla de elementos cuadrados, aunque la geometría del modelo sea una aproximación de la real, adaptada a los requisitos formales del programa.

El modelo idealizado del yacimiento supone que tanto el mineral como los macizos rocosos de techo y muro son linealmente elásticos, homogéneos e isótropos. Esto supone una limitación en cuanto a uso del BESOL, ya que en muchos casos el comportamiento del macizo rocoso es mucho más complejo y no se puede hacer esta idealización.

Los datos que requiere el BESOL son los siguientes:

- Estado inicial de tensiones.

- Propiedades del relleno dadas por los parámetros a y b .
- Módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson de la capa y del macizo rocoso.
- Resistencia a tracción y compresión de la roca.
- Cohesión y fricción del macizo rocoso y parámetros m y s de Hoek-Brown.

Para determinar el estado inicial de tensiones hay que realizar ensayos "in situ" con bandas extensométricas pegadas en el fondo de tres sondeos perpendiculares o con medidores de deformación de diámetros, reperforando el sondeo posteriormente. A través de las ecuaciones de Lamé, con las deformaciones medidas en el sondeo y las constantes elásticas de la roca, se determina el estado tensional. Esta metodología presenta varios inconvenientes como son el pegado de las bandas en el fondo del sondeo, la determinación en laboratorio de las constantes elásticas del macizo rocoso etc.

El resto de parámetros geomecánicos se pueden obtener con mayor o menor precisión.

La obtención de la curva característica del relleno requiere medidas *in situ* con células de presión colocadas en el relleno y diversos análisis numéricos en los que se varían los valores de a y b . Este ajuste no suele ser sencillo.

La obtención de los restantes parámetros geomecánicos no presenta mayores inconvenientes.

Además de los parámetros geométricos de la mina, el programa necesita para su ejecución datos como el buzamiento de las capas y sus potencias. Estos datos se introducen en forma de valores medios. En el caso del buzamiento, no se puede

introducir más que un valor, por lo que no es posible reflejar las variaciones que se producen en el buzamiento de la capa. En el caso de las potencias, el programa permite asignar potencias diferentes a diversas zonas de la capa, pero expresadas siempre como potencias medias en cada zona. Esto a veces trae consigo ciertos desajustes entre el modelo y la geometría real de la mina.

El número de capas que se pueden modelizar con el BESOL es de dos. Ello, en determinadas situaciones limita las posibilidades del modelo. Además, al modelizar más de una capa el número máximo de elementos para elaborar el modelo disminuye, lo cual limita la extensión de la zona a modelizar.

Los resultados del programa BESOL se presentan en forma de listados de ordenador o en mapas de isolíneas de tensiones y desplazamientos en determinadas zonas o ventanas situadas sobre la capa o a ciertas distancias de ella. Los mapas de isolíneas son bastante ilustrativos a la hora de analizar los resultados; se obtienen a través de plotter y su confección es bastante lenta.

Finalmente, a partir de los mapas de isolíneas de tensiones, se puede determinar el coeficiente de seguridad de los pilares teniendo en cuenta los valores de la resistencia de los pilares.

En cualquier caso, el modelo numérico BESOL es un programa versátil y de manejo relativamente sencillo gracias al preprocesador que lleva incorporado.

El análisis de macizos rocosos con comportamientos más complejos, como son los casos elastoplásticos y viscoplásticos, se realiza en dos dimensiones con buenos

resultados mediante el modelo numérico FLAC de diferencias finitas.

Los macizos rocosos viscoplásticos son los más difíciles de tratar teóricamente por la complejidad de sus ecuaciones constitutivas. Sin embargo, es necesario solucionar los problemas que se plantean a la hora de diseñar estructuras subterráneas en ellos, pues en España hay varias explotaciones mineras de evaporitas, materiales que presentan un típico comportamiento viscoplástico.

El código FLAC permite realizar modelos que incluyen simultáneamente materiales con comportamientos elásticos, elastoplásticos y viscoplásticos. Como consecuencia de ello, se pueden modelizar diversas estructuras, como revestimientos de hormigón, pernos etc que interactúan con el terreno o la roca que les rodea.

Una vez que se valida para una determinada mina el código FLAC, el modelo puede ser fácilmente extrapolable al mismo tipo de yacimientos.

Por otra parte, el código FLAC permite modelizar geometrías planas bastante complejas, en las que se pueden incluir fallas, agua, rellenos y materiales de sostenimiento.

El mayor problema que plantean las versiones disponibles hasta el presente es la imposibilidad de modelizar la tercera dimensión. En la actualidad ya existe la versión tridimensional del FLAC, pero por razones de plazos y presupuesto no ha podido incluirse en este proyecto de investigación.

Dada la complejidad del programa FLAC, para su correcto funcionamiento es necesario introducir muchos parámetros de caracterización del macizo rocoso y de las discontinuidades. En ocasiones la estimación de estos parámetros es difícil y no suficientemente precisa, por lo cual en estos casos hay que utilizar los resultados con las debidas reservas.

El modelo numérico FLAC obliga a partir de un estado tensional natural, que normalmente es desconocido.

En las salidas gráficas del FLAC quedan definidas las zonas que han experimentado plastificación en los pilares o en los techos de las cámaras. Esto permitirá definir zonas estables o zonas inestables.

También se pueden obtener los mapas con los vectores de desplazamiento cuyos módulos son proporcionales a los valores de los desplazamientos. Estos mapas permiten identificar las zonas estables y las inestables.

El código ABAQUS es un programa de ordenador de elementos finitos con amplias aplicaciones. Inicialmente se diseñó para su utilización en la industria aeroespacial. Posteriormente se validó para ser utilizado en problemas geotécnicos.

Se ha estudiado la relación entre el criterio de rotura de Drucker-Prager y el de Mohr-Coulomb ya que el programa ABAQUS, lo mismo que otros grandes programas de elementos finitos, al principio no contemplaba aplicaciones geotécnicas y por consiguiente no incluía criterios de rotura propios de las rocas.

El código ABAQUS es un programa tridimensional que soporta gran número de elementos. Ello exige estaciones informáticas de trabajo y ordenadores de elevada capacidad, superior a los ordenadores personales convencionales.

Las salidas del programa ABAQUS son similares a las de otros modelos numéricos, obteniéndose isolíneas de tensiones, desplazamientos de mallas, deformaciones plásticas, etc.

A partir de las isolíneas de tensiones se pueden determinar los coeficientes de seguridad de los pilares una vez calculada su resistencia.

En resumen, el código ABAQUS es un programa potente y versátil que permite resolver complejos problemas geotécnicos basándose en una metodología similar a la que es habitual en otros modelos numéricos.

BIBLIOGRAFIA

ALONSO GARCIA, J., MARTI RODRIGUEZ, J., RAMIREZ OYANGUREN, P. (1988). Analysis of cavities in salt formations. Simposio Internacional Rock Mechanics and Power Plants.

BIENIAWSKI, Z.T. (1968a.). The effect of specimen size on the strength of coal. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 5: 325-325.

BIENIAWSKI, Z.T. (1968b.). In situ strength and deformation characteristics of coal. *Engng. Geol.* 2: 324-340.

BIENIAWSKI, Z.T. (1969). In situ large scale testing of coal. In *Proc of Conf. on in situ Investigations in Soils and Rocks* (British Geotechnical Society, London): 67-74.

BIENIAWSKI, Z.T. (1983). New design approach for room-and-pillar coal mines in the U.S.A. *Proc. of 5t Int. Congr. on Rock Mechanics ISRM.* Melbourne. E 27-E36. Rotterdam. Balkema.

BRADY, B.H.G. and BROWN, E.T. (1985). *Rock Mechanics for Underground Mining.* George Allen and Unwin Ltd. London.

BRAY, J.W. (1967). A Study of Jointed and Fractured Rock; *Rock Mech. and Engr. Geol.* Vol. 5, núms. 2 y 3.

BROWN, E.T. (1981). "Rock Characterization, Testing and Monitoring" ISRM. Imperial College of Science and Technology, Londres.

BULLOCK, R.L. (1982). *Undreground Mining Methods Handbook*, Ed. AIME, New York.

HAMRIN, H. (1982). *Underground Mining Methods Handbook*, Ed. American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum. Abstr. Vol. 15. Pág. 167-178.

HERGET, G. (1988). *Stresses in rock*. A.A. Balkema Rotherdam.

HOEK, E. and BROWN, E.T. (1980). *Underground Excavations in Rock*. Institution of Mining and Metallurgy. London.

HOLLAND, C.T. (1964). The strength of coal in mine pillars. In Proc. 6th Symp. on Rock Mechanics. (University Missouri, Rolla).

HOLLAND, C.T. (1973). Mine pillar design. In SME Mining Engineering Handbook, Vol. 1, Section 13-8. New York. AIME.

HORNSBY and STAFF (1982). *Underground Mining Methods Handbook*, Ed. AIME, New York. HUSTRULID, W.A. (1976). A review of coal pillar strength formulas Rock mech. 8: 115-145- Discussion de l'Industrie Minérale. Paris.

MARTIN SUAZ, J. y RAMIREZ OYANGUREN, P. (1980). *Dimensionado de Cavidades Subterráneas*. Fundación Gómez-Pardo. Madrid.

OBERT, L. and DUVALL, W. (1967). *Rock mechanics and the Design of structures in rock*. John Wiley and Sons Inc., New York, London, Sidney.

PANEK, J.A. (1979). Estimating mine pillar strength from compression test. Society of Mining Engineers of AIME. Transactions vol. 268, 1794. New Orleans, LA. U.S.A.

RAMIREZ, P. y MARTIN, J. (1982). An empirical approach to the desing of rigid pillars. 7th. International strata Control Conference. Lieja. Bélgica.

RAMIREZ OYANGUREN, P. (1984). Aplicaciones de la geotecnia a la explotación de minas de carbón. I Congreso Nacional de Geología. Segovia.

RAMIREZ OYANGUREN, P. et al. (1986). Mine closure calculations in rheological materials by explicit time integration procedures. Numerical Methods in Geomechanics Conference. Stuttgart (RFA).

RAMIREZ OYANGUREN, P., LAIN HUERTA, R., OJEDA RUIZ, J.A. (1987). Stresses in an underground metal mine. International Strata Control Conference. Estocolmo.

RAMIREZ OYANGUREN, P., ANTOLIN SANCHIDRIAN, J.A. (1993). Failure prevention in pillar recovery under a very stiff roof. International Symposium on Assesment and Prevention of Failure Phenomena in Rock Engineering. Istambul, Turkey.

RAMIREZ OYANGUREN, P., ALEJANO MONGE, L. (1993). Coupled Elastoplastic and viscoplastic analysis of a potash mine. Geomechanics 93. Ostrava, República Checa.

ROS HERNANDEZ, J.A., LAIN HUERTA, R., RAMIREZ OYANGUREN, P. (1989). Análisis de estabilidad de pilares poco esbeltos. Primeras Jornadas sobre Geotecnia y Seguridad Minera. Fundación Gómez-Pardo.

SALOMON, M.D.G. y MUNRO, A.H. (1967). A Study of the strength of coal pillars. J. South. Arf. Inst. Min. Metall. 68.